

Р. Ш. Гайнутдинов

РАСЧЕТ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ТЕПЛООВОГО ВЗРЫВА ПЛАСТИНЫ ПРИ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ ВТОРОГО И ПЕРВОГО РОДА

Ключевые слова: тепловой взрыв, температура, граничное условие, коэффициент теплообмена, теплопроводность, теплоемкость, плотность материала.

Составлена математическая модель задачи и дано ее решение для определения критического параметра теплового взрыва.

Keywords: thermal explosion, the temperature boundary condition, the heat transfer coefficient, thermal conductivity, heat capacity, density of the material.

The mathematical model of the problem and its solution is given for the determination of the critical parameters of thermal explosion.

Постановка задачи

Имеется реагент в форме неограниченной пластины, в которой протекает экзотермическая химическая реакция нулевого порядка. Реагент с одной поверхности нагревается постоянным тепловым потоком с плотностью q , с другой поверхности охлаждается. На охлаждаемой поверхности реагента поддерживается постоянная температура T_1 .

Интерес к проблеме теплового взрыва и теплового зажигания конденсированных химических веществ стимулируется ее практическим значением [1–10]. Общая постановка задачи о тепловом взрыве во многих случаях сформулируется в предположении о преобладающей роли теплоты химической реакции в конденсированной фазе.

В данной работе необходимо составить математическую модель задачи и из ее решения определить критические условия теплового взрыва. Математическая модель включает стационарное уравнение теплопроводности плоского тела с внутренними химическими источниками тепла и граничные условия и представляется в виде

$$\frac{d^2T}{dx^2} + Q_v k_0 \exp(-E/RT) / \lambda = 0, \quad (1)$$

$$q = -\lambda \frac{dT}{dx} \quad \text{при } x = 0, \quad (2)$$

$$T = T_1 \quad \text{при } x = H. \quad (3)$$

Математической основой теории теплового взрыва конденсированных систем служат методы теории квазилинейных уравнений параболического типа. Система (1) – (3) точного аналитического решения не имеет. Она может быть решена приближенным методом Франк-Каменецкого [2]. Суть метода заключается в разложении функции $1/T$ в уравнении Аррениуса в ряд Тейлора в окрестности масштабной температуры T_* . Тогда выражение $\exp(-E/RT)$ приобретает вид

$$\exp(-E/RT) = \exp(-E/RT_*) \exp(\theta),$$

где $\theta = E(T - T_*) / RT_*^2$ – безразмерная температура.

Вводя безразмерную температуру и безразмерную координату $\xi = x/H$ в систему (1) – (3), получим

$$\frac{d^2\theta}{d\xi^2} = Fk \exp(\theta), \quad (4)$$

$$\sigma = -\frac{d\theta}{d\xi} \quad \text{при } \xi = 0, \quad (5)$$

$$\theta = \theta_1, \quad \text{при } \xi = 1, \quad (6)$$

где

$$\sigma = Ki_* U_*; \quad Ki_* = \frac{qH}{\lambda T_*}; \quad U_* = \frac{E}{RT_*};$$

$$\theta_1 = \frac{E(T_1 - T_*)}{RT_*^2}.$$

Решение уравнения (4) имеет вид

$$\exp(\theta) = \frac{a}{ch^2(\mu\xi - b)}.$$

На основании граничных условий (5) и (6) решение относительно Fk дается выражением

$$Fk = \frac{2\mu^2 \exp(-\theta_1)}{ch^2(\mu) + \text{arth}(\sigma/2\mu)}.$$

Критическое (максимальное) значение параметра Fk определяется максимумом правой части этого уравнения как функции от μ .

Масштабная температура T_* определяется из решения системы (1) – (3) в инертной постановке

$$T_* = T_1(1 + qH/\lambda T_1).$$

Обозначения

T – температура реагента, К; T_1 – температура поверхности реагента, К; q – плотность теплового потока, Вт/(м²·К); Q_v – тепловой эффект реакции на единицу объема, Дж/м³; k_0 – предэкспоненциальный множитель, 1/с; E – энергия активации, Дж/моль; R – универсальная газовая постоянная, Дж/(моль·К); λ – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К); T_* – масштабная температура, К.

Литература

1. Зельдович, Я. Б. К теории зажигания / Я. Б. Зельдович // Докл. АН СССР – 1968. – Т.150. – № 2. – С. 283–285.
2. Франк-Каменецкий Д. А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике/ Д. А. Франк-Каменецкий. – М.:Наука, 1967.– 491 с.
3. Thomas P. H., P. C. Bowes Thermal ignition in a slab with one face a constant high temperature / P. H. Thomas, P. C. Bowes //Trans. Far. Soc. – 1961. – V.57 № 11. – P.2000–2007.
4. Cook G. B. The initiation of explosion in solid secondary explosives / G. B. Cook // Proc. Roy. Soc. – 1958. – A246. P.154–160.
5. Enig J. W. Critical condition in time–dependent thermal explosion theory / J. W. Enig // J. Chem. Phys. – 1964. – V.41 - № 12. – P. 4012–4013.
6. Аверсон, А. Э. К тепловой теории зажигания конденсированных веществ / А. Э. Аверсон, В. В. Барзыкин, А. Г. Мержанов // Докл. АН СССР. – 1966. – Т.169. – № 1. – С. 158–161.
7. Аверсон, А. Э. Приближенный метод решения задач тепловой теории зажигания / А. Э. Аверсон, В. В. Барзыкин, А. Г. Мержанов // Докл. АН СССР. – 1968. – Т.178. – № 1. – С. 131–134.
8. Вилунов, В. Н. Теория зажигания конденсированных веществ / В. Н. Вилунов.– Новосибирск: Наука, 1984. – 188 с.
9. Аверсон, А. Э. Приближенные методы расчета критических условий зажигания / А. Э. Аверсон, В. И. Розенбанд // Физика горения и взрыва. – 1968. – № 4. – С. 519–525.
10. Любченко, И. С. Тепловая теория зажигания реагирующих конденсированных веществ / И. С. Любченко, Г. Н. Марченко // Успехи химии. – 1987. – Т.LVI. – Вып. - № 2. – С. 216–240.

© Р. Ш. Гайнутдинов - д.т.н., проф. каф. ОХЗ КНИТУ, grafail@mail.ru.