

УДК 664.73 : 544.023.52

С. А. Александровский

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТИЦ ПО РАЗМЕРУ ПРИ СУХОМ ИЗМЕЛЬЧЕНИИ ЗЕРНОВОГО СЫРЬЯ

Ключевые слова: гранулометрический состав зерновых помолов, функции распределения.

Рассматривается возможность описания гранулометрического состава зерновых помолов для спиртового производства при помощи известных статистических функций. На основании полученных значений критерия Пирсона предлагается использовать гамма-функцию для описания полных распределений и бета-функцию для усеченных распределений.

Keywords: bruised grain granulometric texture, distribution function.

The possible description of bruised grain granulometric texture for spirit vanish producing will be considered by applying acquainted statistical functions. In terms of obtained values of Pirson's criterion appliance of gamma-function for the description of complete distribution and beta-function for truncated distribution is recommended.

В связи с переходом большинства спиртовых производств на технологию низкотемпературного разваривания крахмалистого сырья, возникает необходимость получения зернового помола с меньшей крупностью частиц для сокращения времени протекания стадий разваривания и брожения. Помимо этого, уменьшение крупности помола снижает также потери крахмала на стадии брожения и уменьшает количество несброженных углеводов в бражке, и, в конечном счете, повышает выход спирта с тонны условного крахмала [1]. Авторы [2,3] отмечают возможность снижения температуры разваривания от качества измельчения и его определяющее влияние на результат брожения.

Существуют различные способы измельчения зернового сырья, как на различном оборудовании, так и в различных фазовых состояниях (мокрый и сухой помол). На спиртовых заводах РФ наибольшее распространение получили молотковые дробилки, при одноступенчатом измельчении на которых обычно получают помол, характеризующийся 60%-ным проходом через сито с диаметром отверстий 1 мм.

Для низкотемпературного способа механико-ферментативной обработки сырья согласно регламенту помол должен характеризоваться 80-85%-ным проходом через сито $d = 1,0$ мм, что достигается двухступенчатым измельчением [4].

При измельчении зерна, вследствие его структурных особенностей (неоднородность) и особенностей механизма разрушения частиц, получается полидисперсная система. Гранулометрический состав помола может зависеть от множества факторов (вида сырья, влажности, способа измельчения и т.п.).

Дисперсный состав помола, представленный в виде опытных гистограмм, может быть описан (с той или иной точностью) при помощи известных и применяемых в практике функций распределения. Их спектр широк, одни из них лучше описывают распределение частиц по размеру, другие – распределения по объему. И соответственно,

можно выбрать подходящие для каждого конкретного случая [5].

Поскольку экспериментальное определение дисперсного состава помола осуществляется с помощью ситового анализа, то большая часть экспериментальных данных в данной области представлена в виде распределения масс по размеру.

В работе [4] приводятся экспериментальные данные по гранулометрическому составу помола при различных способах измельчения зерно-смесей, и, в частности, «по замкнутому контуру», когда сход (не прошедшая сито фракция) возвращается на повторное дробление. Таким образом, отсекается «хвост» распределения и осуществляется 100%-ный проход через сито с диаметром отверстий 1 мм. В результате функция плотности распределения частиц претерпевала значительные изменения и модуль крупности зернового помола уменьшался на 20-25%. Авторы в своей оценке выборки ограничиваются лишь средневзвешенным по массе диаметром, который называют «модулем крупности»:

$$\bar{d}_m = (d_1 P_1 + d_2 P_2 + d_3 P_3 + \dots + d_n P_n),$$

где d_i – средний диаметр соседних сит (средний размер фракции), мм; $P_i = m_i / \sum m_i$ – доля каждой фракции после отсева на ситах; m_i – масса каждой фракции.

Помимо средней оценки представляет интерес и распределение по размеру внутри совокупности. Установление закона распределения позволяет вычислять распределение частиц по их числу, поверхности и объему, обоснованно рассчитывать средние показатели дисперсной системы, производить технические расчеты и моделировать дальнейшие процессы технологической цепи производства спирта – осахаривания и брожения.

Для описания эмпирических распределений, получаемых при дроблении зерна, были выбраны функция Розина-Раммлера (1), функция логарифмически нормального распределения (2), гамма-функция (3) и бета-функция (4).

Возможность описания опытных данных при помощи упомянутых функций обусловлена,

прежде всего, возможностью нахождения параметров этих функций по представленным эмпирическим распределениям.

Интегральная функция Розина-Раммлера имеет вид:

$$F(d) = 100\{1 - \exp[-\frac{d_{90}}{d_e}]^a\}, \quad (1)$$

где $F(d)$ – суммарная масса частиц меньше d ; d_{90} – среднее значение эквивалентного диаметра частиц какой-то группы; d_e – диаметр частиц, при котором масса всех частиц крупнее d_e составляет 37%; a – эмпирический параметр, характеризующий однородность частиц по размерам.

Функции плотности трех других выглядят следующим образом:

$$f(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma x \sqrt{2\pi}} \exp[-\frac{1}{2\sigma^2}(\ln x - \mu)^2], \quad x > 0 \quad (2)$$

где μ – математическое ожидание величины $\ln x$; σ – среднее квадратичное отклонение $\ln x$.

$$f(x, \eta, \lambda) = \frac{\lambda^\eta}{\tilde{A}(\eta)} \cdot x^{\eta-1} \exp(-\lambda x), \quad x > 0 \quad (3)$$

где η – параметр формы; λ – параметр масштаба гамма-распределения.

$$f(x, \gamma, \eta) = \frac{\tilde{A}(\gamma + \eta)}{\tilde{A}(\gamma) \cdot \tilde{A}(\eta)} \cdot x^{\gamma-1} (1 - x)^{\eta-1}, \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (4)$$

где γ и η – параметры формы бета-распределения.

Для установления возможности описания гранулометрического состава зерновых помолов спиртовых производств при помощи указанных статистических функций, были использованы экспериментальные данные работ [4, 6] (табл.1).

Таблица 1 – Сходы с сита (содержание в %)

Диаметр сита, мм	№ выборки							
	1	2	3	4	5	6	7	8
<0,28	7,4	6,1	18,7	7,1	28,5	18,6	71	34,1
0,28	9,2	7,3	7,5	14,7	7,7	13,5		17,2
0,56	26,0	17,5	35,7	34,0	20,2	27,8	5	15,1
0,8	40,2	47,4	26,4	28,8	43,6	40,1		
1,0	5,7	2,8	7,2	8,0			22	26,2
1,2	8,0	8,4	3,0	4,3				
1,5	3,5	10,5	1,5	3,1			2	4,7
2,0								2,7

По экспериментальным распределениям рассчитывались оценки параметров указанных распределений. Параметры функции Розина-Рамлера определялись при помощи двойного логарифмирования, а статистических распределений: логарифмически нормального, гамма-распределения и бета-распределения – методом моментов. Соответствие опытных и расчетных распределений определялось по критерию Пирсона.

В таблице 2 представлены значения критерия Пирсона для дифференциальной (частотной) и интегральной (накопительной) функций распределения по каждому виду функции для различных способов измельчения зерна.

Таблица 2 – Значения критерия Пирсона для аппроксимирующих функций

Способ дробления	Система (зерносмесь) и № выборки	Пирсон дифф. функции	Пирсон интегр. функции
Распределение Розина-Раммлера			
2-ступенчатое с доизмельчением на молотковой дробилке [4]	пшеница/рожь (50/50), 1	0,546	0,980
	пшеница/ячмень (50/50), 2	0,139	0,959
2-ступенчатое с доизмельчением на вальцовом станке [4]	пшеница/рожь (50/50), 3	0,561	0,982
	пшеница/ячмень (50/50), 4	0,656	0,980
Измельчение по замкнутому контуру [4]	пшеница/рожь (50/50), 5	0,842	0,981
	пшеница/ячмень	0,789	0,986
1-ступенчатое молотковое [6]	пшеница, 7	0,865	0,978
	рожь, 8	0,616	0,981
Логарифмически нормальное распределение			
2-ступенчатое с доизмельчением на молотковой дробилке	пшеница/рожь (50/50)	0,539	0,978
	пшеница/ячмень (50/50)	0,402	0,971
2-ступенчатое с доизмельчением на вальцовом станке	пшеница/рожь (50/50)	0,388	0,964
	пшеница/ячмень (50/50)	0,743	0,988
Измельчение по замкнутому контуру	пшеница/рожь (50/50)	-0,732	0,847
	пшеница/ячмень	-0,749	0,909
1-ступенчатое молотковое	пшеница	0,919	0,825
	рожь	0,722	0,923
Гамма-распределение			
2-ступенчатое с доизмельчением на молотковой дробилке	пшеница/рожь (50/50)	0,746	0,990
	пшеница/ячмень (50/50)	0,555	0,981
2-ступенчатое с доизмельчением на вальцовом станке	пшеница/рожь (50/50)	0,554	0,980
	пшеница/ячмень (50/50)	0,892	0,996
Измельчение по замкнутому контуру	пшеница/рожь (50/50)	0,883	0,859
	пшеница/ячмень	-0,863	0,871
1-ступенчатое молотковое	пшеница	-0,188	0,935
	рожь	0,687	0,948
Бета-распределение			
2-ступенчатое с доизмельчением на молотковой дробилке	пшеница/рожь (50/50)	0,733	0,989
	пшеница/ячмень (50/50)	0,468	0,976
2-ступенчатое с доизмельчением на вальцовом станке	пшеница/рожь (50/50)	0,666	0,985
	пшеница/ячмень (50/50)	0,882	0,994
Измельчение по замкнутому контуру	пшеница/рожь (50/50)	0,847	0,985
	пшеница/ячмень	0,922	0,997
1-ступенчатое молотковое	пшеница	0,861	0,904
	рожь	0,805	0,975

Для дифференциальных функций значения критерия Пирсона ниже вследствие резких колебаний опытных гистограмм из-за малости выборки и малого числа диапазонов гистограмм. Это обусловлено условиями эксперимента - малое число сит не позволяет получить «плавную» гистограмму. На колебания «веса» фракций могут также влиять и другие факторы: механизм разрушения частиц и методика отбора проб.

На рис. 1 представлено сопоставление экспериментальной и расчетных кривых для одного из опытов, для которого, значения Пирсона для интегральной функции по всем моделям выше 0,98. Соответствие же дифференциальных функций опытным данным визуально не очень высокое.

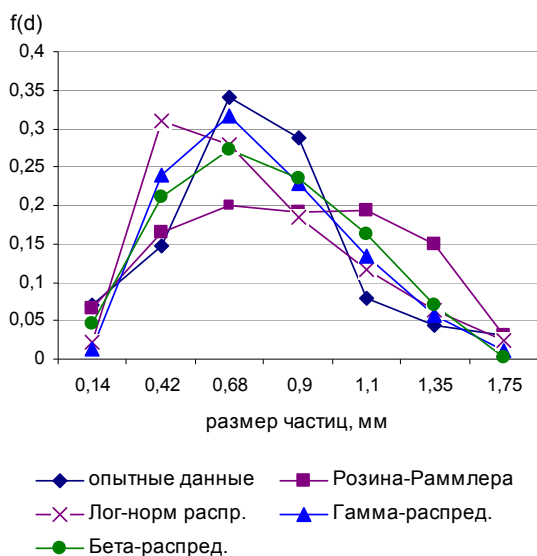


Рис. 1 – Сопоставление опытных данных и аппроксимирующих функций

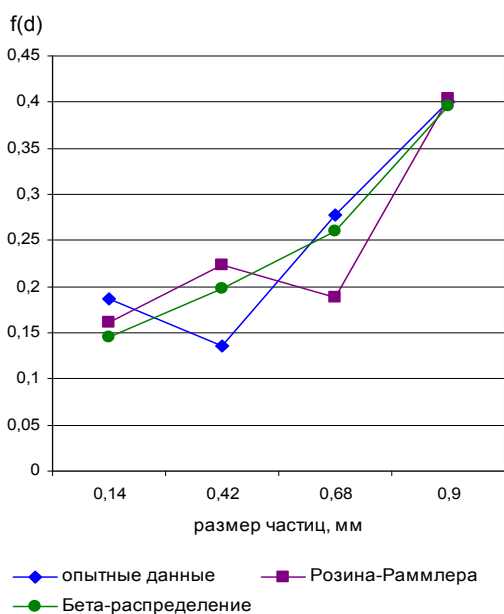


Рис. 2 – Сопоставление усеченного распределения и аппроксимирующих функций

Высокие значения Пирсона для интегральной функции обусловлены тем, что она «сглаживает» отклонения, т.е. суммирует отклонения противоположных знаков, и в итоге на последнем значении имеем малое расхождение по сумме, хотя в действительности там может быть большое значение случайной величины. Поэтому соответствие дифференциальной функции всегда хуже, особенно для малых выборок.

При описании усеченных эмпирических распределений (измельчение по замкнутому контуру) при помощи гамма- и логарифмически нормального распределений получены значения Пирсона $R < 0$, что говорит о неприменимости их для описания выборок U-образной формы. Но эти функции могут быть применимы для описания одномодальных усеченных распределений. На рис.2 представлено сравнение с экспериментом расчетных бета-функции и Розина-Раммлера. Критерий Пирсона дифференциальной функции для них составляет соответственно 0,922 и 0,789.

Выводы

Для полных распределений все рассматриваемые модели имеют высокие значения критерия Пирсона для интегральной функции. Гамма- и бета-функции обеспечивают несколько лучшее описание представленных опытных распределений, как дифференциальной, так и интегральной функцией. Значения критерия Пирсона для дифференциальной гамма-функции по представленным выборкам составили 0,554–0,892, а для интегральной 0,980–0,996.

Усеченные распределения лучше описываются бета-распределением. Бета-функция может описывать и распределения U-образной формы. Критерий Пирсона дифференциальной бета-функции составил 0,847–0,922 и интегральной 0,977–0,985. Гамма и логарифмически нормальное распределение для описания выборок U-образной формы не пригодны.

Литература

1. В.Л.Яровенко, В.А.Мариниченко, В.А.Смирнов, Б.А.Устинников, П.С.Цыганков, В.Н.Швец, Н.И.Белов, Технология спирта. Колос, Москва, 2002. 464 с.
2. В.А.Сотников, В.В.Марченко, В.С.Гамаюрова, Вестник Казанского технологического университета, 2003, 3, 180–187.
3. В.А.Сотников, В.С.Гамаюрова, В.В.Марченко, Вестник Казанского технологического университета, 2004, 1, 233–238.
4. О.С.Журба, А.В.Кармазин, Л.Н.Крикунова, Хранение и переработка сельхозсырья, 2011, 3, 32–36.
5. Самсонов, В.Т. Научные работы институтов охраны труда ВЦСПС, ПРОФИЗДАТ, Москва, 1964, Вып.3 (29).
6. Н.П.Кириллова, Н.А.Николаев, Производство спирта и ЛВИ, 2005, 3, 17–18.