

Елизаров Д.В., Елизаров В.И., Мерзляков С.А.

## ВЛИЯНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ НА КИНЕТИКУ МАССОПЕРЕНОСА В БАРБОТАЖНОМ СЛОЕ

*Ключевые слова: массообмен, диффузионный слой, вязкий слой, коэффициент массоотдачи*

*Рассматривается модель массопереноса в пограничном слое. Коэффициент массоотдачи в жидкости при различных составах и расходах питания имеет минимум при определенных флегмовых числах, что свидетельствует о высоком сопротивлении массопереносу, следовательно, большой толщине пограничного слоя, что подтверждается результатами работы.*

*Keywords: mass transfer, diffusion layer, the viscous layer, mass transfer coefficient*

*A model of mass transfer in the boundary layer. Mass transfer coefficient in the liquid at different compositions and spending power has a minimum when the reflux ratio is defined, which indicates a high resistance to mass transfer, hence the large thickness of the boundary layer, which is confirmed by the results of the work.*

### Введение

Рассмотрим слой жидкости на плоскости контактного устройства. В перекрестном токе с жидкостью в турбулентном режиме движется поток второй фазы (пар, газ). Между фазами происходит обмен импульсом и массой. Турбулентный поток второй фазы в результате взаимодействия со слоем жидкости увлекает ее приграничные слои. На поверхности раздела фаз со стороны жидкости и газа формируются турбулентные пограничные слои. В турбулентном пограничном слое скорость жидкости падает от  $u_{ep}$  на границе раздела до нуля за пределами пограничного слоя, а в пограничном слое второй фазы, наоборот, возрастает от  $u_{ep}$  до значения  $\omega$  в ядре потока.

Газ, поступающий в слой жидкости при высокой скорости, на коротком участке слоя имеет структуру газожидкостной струи (факела), которая после передачи импульса распадается на пузыри, имеющие малую скорость движения, определяемую скоростью газа в колонне  $\omega_k$  и скоростью подъема пузыря.

В турбулентном пограничном слое на поверхности раздела фаз формируются вязкий и диффузионный подслои, имеющие толщину  $\delta_1$ ,  $\delta_D$  соответственно.

### Определение кинетических параметров массопереноса

Толщину диффузионного слоя  $\delta_D$ , образующегося на границе раздела фаз, будем определять из соотношения:

$$\beta = D/\delta_D, \quad (1)$$

где  $D$  – коэффициент молекулярной диффузии.

Толщина вязкого слоя  $\delta_1$  связана с толщиной диффузионного  $\delta_D$  соотношением:

$$\delta_1 = \delta_D Sc^{1/2}, \quad (2)$$

где  $Sc$  – критерий Шмидта.

В процессе взаимодействия газа и жидкости на межфазной поверхности со стороны жидкой и газовой фазы образуются пограничные слои жидкости и газа. В турбулентном пограничном слое турбулентные пульсации по мере приближения к межфазной поверхности постепенно затухают [8]. Коэффициент турбулентной диффузии  $D_{Ti}$  ( $i = g$  – газовая фаза,  $i = ж$  – жидкая фаза) в вязком подслое пограничного слоя связан с пульсационной скоростью соотношением:

$$D_{Ti} = v'_{0i} \ell_i,$$

которое для пограничного слоя на поверхности раздела фаз имеет вид [9]:

$$D_{Ti} = v'_{0i} \delta_{1i} (\eta/\delta_{1i})^2,$$

где  $v'_{0i}$  – пульсационная скорость на границе раздела фаз,  $\ell_i$  – масштаб турбулентных пульсаций,  $\delta_{1i}$  – толщина вязкого подслоя,  $\eta$  – поперечная координата пограничного слоя.

Выражая, пульсационную скорость  $v'_{0i}$  на границе вязкого подслоя через динамическую скорость  $u_{*i}$  и, считая одинаковыми потоки импульса внутри вязкого подслоя и на его границе, коэффициент турбулентной диффузии получим в виде

$$D_{Ti} = u_{*i} \delta_{1i} (\eta/\delta_{1i})^2. \quad (3)$$

Значения коэффициентов массоотдачи  $\beta_i$  определяются сопротивлением в вязком подслое [1]:

$$1/\beta_i = \int_0^{\delta_{1i}} d\eta / (D_i + D_{Ti}), \quad (4)$$

где  $D_i$  и  $D_{Ti}$  – коэффициенты молекулярной и турбулентной диффузии в вязком подслое пограничного слоя.

Подставляя значение коэффициента  $D_{Ti}$  из выражения (3) в (4), получим:

$$\frac{1}{\beta_i} = \delta_{1i} \int_0^1 \frac{d(\eta/\delta_{1i})}{D_i + u_{*i} \delta_{1i} (\eta/\delta_{1i})^2} =$$

$$\frac{1}{u_{*i}} \int_0^1 \frac{d(\eta/\delta_{1i})}{D_i/u_{*i} \delta_{1i} + (\eta/\delta_{1i})^2} = \quad (5)$$

$$\frac{1}{u_{*i}} \int_0^1 \frac{d\psi}{(\sqrt{a})^2 + \psi^2} = \frac{1}{u_{*i}} \frac{1}{\sqrt{a}} \operatorname{arctg} \left( \psi \sqrt{\frac{1}{a}} \right) \Big|_0^1$$

где  $\psi = \eta/\delta_{1i}$ ,  $a = \frac{D_i}{u_{*i} \delta_{1i}} = \frac{1}{R_{1i} Sc_i}$ . (6)

Выражение (5) с учетом равенств (6) принимает вид:

$$\frac{1}{\beta_i} = \frac{\operatorname{arctg} \sqrt{R_{1i} Sc_i} (R_{1i} Sc_i)^{0.5}}{u_{*i}}.$$

Отсюда найдём местный коэффициент массоотдачи:

$$\beta_i = \frac{u_{*i}}{\operatorname{arctg} \sqrt{R_{1i} Sc_i} (R_{1i} Sc_i)^{0.5}}. \quad (7)$$

где  $R_{1i} = u_{*i} \delta_{1i} / \nu_i$  – критерий Рейнольдса вязкого подслоя ( $i = \text{г}$  – газовая фаза,  $i = \text{ж}$  – жидкая фаза),  $Sc_i$  – критерий Шмидта.

Для определения параметра  $R_1 = u_* \delta_1 / \nu$  рассмотрим двухслойную модель турбулентного пограничного слоя на границе раздела фаз.

Законы трения для турбулентного пограничного слоя консервативны к внешним возмущениям и изменению граничных условий [2]. Поэтому возможно их распространение на более сложные граничные условия на поверхности раздела фаз.

В плоском пограничном слое без давления и пограничном слое с давлением столба жидкости структура описания закона трения не изменяется. Изменение давления оказывает влияние на параметры описания закона трения.

Используем этот прием при определении числа Рейнольдса для пограничного слоя с давлением столба жидкости. Сначала определим закон трения на твердой стенке, обтекаемой потоком газа и жидкости со скоростью  $u_\infty$ , а затем на границе газ-жидкость. Используя известное распределение коэффициента трения на твердой стенке  $C_f$ , найдём коэффициент трения и число Рейнольдса  $R_1$  для пограничного слоя на границе раздела в системе газ-жидкость.

Запишем поток импульса в вязком подслое пограничного слоя:

$$\tau = \nu \frac{u}{\eta} = \nu \frac{u_1}{\delta_1},$$

где  $u_1$  – скорость фазы на границе вязкого подслоя;  $\delta_1$  – толщина подслоя.

Выразим касательное напряжение  $\tau$  через коэффициент сопротивления:

$$\frac{C_f}{2} = \frac{\tau}{\rho u_\infty^2}. \quad (8)$$

Из уравнения (8) получим

$$C_f = \nu \frac{u_1}{\delta_1} \frac{2}{\rho u_\infty^2}. \quad (9)$$

Учитывая консервативность законов трения к внешним возмущениям, запишем выражение для пограничного слоя на твердой стенке  $\bar{C}_f$  и на межфазной поверхности газ-жидкость  $C_f$ :

$$\bar{C}_f = \nu \frac{\bar{u}_1}{\delta_1} \frac{2}{\rho u_\infty^2}, \quad C_f = \nu \frac{u_1}{\delta_1} \frac{2}{\rho u_\infty^2}. \quad (10)$$

Скорости  $\bar{u}_1$  и  $u_1$  на границах вязкого подслоя в пограничном слое на твердой стенке и границе газ-жидкость отличаются друг от друга при одинаковой скорости внешнего потока  $u_\infty$  на разность пульсационных скоростей  $\bar{u}'_1$  и  $u'_1$ :

$$\bar{u}_1 \approx u_\infty - \bar{u}', \quad u_1 \approx u_\infty - u'.$$

Примем пульсационные скорости в турбулентной области  $\bar{u}' \approx u'$ , тогда  $\bar{u}_1 \approx u_1$ .

Из выражений (10) найдём отношение коэффициентов сопротивлений:

$$\frac{\bar{C}_f}{C_f} = \frac{\delta_1}{\bar{\delta}_1}, \quad (11)$$

где  $\bar{\delta}_1$ ,  $\delta_1$  – толщины вязкого подслоя в пограничном слое на твердой стенке и границе раздела в системе газ-жидкость.

Из определения параметра  $R_1 = u_* \delta_1 / \nu$ , записанного для пограничного слоя на твердой стенке  $\bar{R}_1 = \bar{u}_* \bar{\delta}_1 / \nu$  и на межфазной поверхности газ-жидкость  $R_1 = u_* \delta_1 / \nu$ , с учетом (11) получим

$$\frac{\bar{R}_1}{R_1} = \frac{\bar{u}_* \bar{\delta}_1}{u_* \delta_1} = \frac{\bar{u}_* \bar{C}_f}{u_* C_f}, \quad (12)$$

где  $\bar{u}_*$ ,  $u_*$  – динамическая скорость в пограничном слое на твердой стенке и на межфазной поверхности газ-жидкость соответственно.

Значение числа  $\bar{R}_1$  для пограничного слоя на твердой стенке без градиента давления при турбулентном режиме, как известно, равно  $\bar{R}_1 = 11.6$ , а коэффициент сопротивления  $\bar{C}_f$  имеет вид

$$\frac{\bar{C}_f}{2} = \frac{0.058}{\operatorname{Re}_z^{0.2}}, \quad \operatorname{Re}_z = \frac{u_\infty z}{\nu}. \quad (13)$$

Динамическую скорость  $\bar{u}_*$  на твердой стенке выразим через коэффициент сопротивления:

$$\frac{\bar{C}_f}{2} = \frac{\bar{u}^2}{u_\infty^2}, \quad u = u_\infty \sqrt{\bar{C}_f / 2}. \quad (14)$$

Коэффициент сопротивления в пограничном слое на межфазной поверхности газ-жидкость равен

$$\bar{C}_f = 2u_*^2 / u_\infty^2. \quad (15)$$

Из уравнений (12), (14), (15) получим выражение для определения числа  $R_{1i}$  в пограничном слое на границе газ-жидкость:

$$R_{1i} = 11,6 \frac{u_{\infty i}}{u_{*i}} \sqrt{\frac{\bar{C}_f}{2}}, \quad (16)$$

где  $i = ж$  – жидкая фаза,  $i = г$  – газовая (паровая) фаза.

Скорость  $u_{\infty}$  на внешней границе пограничного слоя газа  $y \rightarrow \infty$  примем равной скорости на оси струи  $u_{\infty г} = \bar{W}_0$ , а на внешней границе пограничного слоя жидкости – скорости на границе раздела фаз  $u_{\infty ж} = u_{гп}$ .

Среднее значение параметра  $\bar{R}_{1г}$  в газовой фазе согласно (16) вычисляется по формуле [3]

$$\bar{R}_{1г} = 11,6 \frac{\bar{W}_0}{u_{*г}} \sqrt{\frac{\bar{C}_{fg}}{2}}, \quad (17)$$

где  $\bar{C}_{fg} = 0,058 Re_z^{0,2}$ ,  $Re_z = \bar{W}_0 h_z / \nu_g$ . Число  $Re_z$  определим при  $h_z = 0,5 h_{ф}$ , где  $h_{ф}$  – высота газового факела.

Неизвестной величиной в формуле для определения  $R_{1ж}$  является средняя скорость на границе раздела фаз  $u_{\infty ж} = u_{гп}$ .

Среднюю скорость на границе раздела фаз  $u_{гп}$  выражаем через динамическую скорость  $u_{*ж}$ . Для определения  $u_{гп}$  используем обобщение аналогии Рейнольдса об единстве процессов переноса массы и импульса в турбулентных потоках. Применим аналогию Рейнольдса для описания процессов переноса в турбулентном пограничном слое жидкости на границе раздела фаз.

Запишем потоки импульса и массы в турбулентной области пограничного слоя, в которой механизм переноса импульса и массы определяется пульсациями жидкости:

$$j = G(x_1 - x_0), \quad (18)$$

$$\tau = G_{ж}(u_1 - u_{\infty}) = G_{ж} u_1 \rho, \quad (19)$$

где  $G_{ж}$  – количество жидкости, переносимое турбулентным механизмом;  $j$  и  $\tau$  – потоки массы и импульса;  $x_1$  и  $u_1$  – концентрация и скорость жидкости на границе вязкого подслоя;  $x_0$  и  $u_{\infty}$  – соответственно в ядре потока.

Поделим уравнение (18) на уравнение (19). Получим соотношение аналогии Рейнольдса:

$$j = \tau / \rho u_1 (x_1 - x_0). \quad (20)$$

Поток импульса в вязком подслое пограничного слоя жидкости постоянен

$$\tau = \nu_{ж} \frac{u_1}{\delta_1}, \quad (21)$$

где  $\delta_1$  выражается через число  $R_1$ :

$$\delta_1 = R_1 \nu_{ж} / u_{*ж}.$$

Запишем поток массы в диффузионном подслое:

$$j = D \frac{x_{гп} - x_1}{\delta_D}. \quad (22)$$

Движущие силы переноса массы в вязком подслое и турбулентной области в уравнениях (20), (22) запишутся в виде

$$x_{гп} - x_1 = j \delta_D / D = j R_1 Sc^{-1/2} / u_{*ж},$$

$$x_1 - x_0 = j \rho u_1 / \tau.$$

Сложим эти уравнения, найдем движущую силу переноса массы в турбулентном пограничном слое:

$$x_{гп} - x_1 = j \frac{\rho u_1}{\tau} = j \frac{\rho u_1}{\tau} \left( 1 + \frac{R_1 \tau}{u_1 u_{*ж}} Sc^{1/2} \right),$$

отсюда найдем поток массы:

$$j = \beta_{ж}(x_{гп} - x_0) = \frac{\tau}{\rho u_1} \frac{x_{гп} - x_0}{\left( 1 + R_1 \tau Sc^{1/2} / u_1 u_{*ж} \right)}, \quad (23)$$

где  $\beta_{ж}$  – коэффициент массоотдачи в жидкой фазе.

Выражая поток импульса через динамическую скорость

$$\tau = \rho_{ж} u_{*ж}^2$$

и принимая во внимание значение  $\tau$  из уравнения (18), уравнение (22) перепишем в виде

$$\beta_{ж} = \frac{u_{*ж}^2}{u_1} \frac{1}{1 + Sc_{ж}^{1/2}}. \quad (24)$$

Средняя скорость жидкости на границе вязкого подслоя  $u_1$  согласно линейному профилю имеет значение

$$u_1 = \bar{u}_{гп} - \bar{u}_{*ж} R_{1ж}. \quad (25)$$

Среднее значение коэффициента массоотдачи  $\beta_{ж}$  в (23) найдем из (7). Разлагая тригонометрическую функцию в (7) в ряд и пренебрегая членами высшего порядка малости, получим

$$\arctg \sqrt{R_{1ж} Sc_{ж}} \approx \pi/2.$$

Подставим значения выражений (24), (7) в уравнение (23), получим

$$\frac{2 \bar{u}_{*ж}}{\pi \sqrt{R_{1ж} Sc_{ж}}} = \frac{\bar{u}_{*ж}}{(\bar{u}_{гп} - \bar{u}_{*ж} R_{1ж}) (1 + \sqrt{Sc_{ж}})}. \quad (26)$$

Принимая во внимание значение числа  $Sc_{ж}$  для жидкости ( $Sc_{ж} \approx 10^3$ ), запишем приближенное равенство:

$$1 + \sqrt{Sc_{ж}} \approx \sqrt{Sc_{ж}}.$$

Из уравнения (26) найдем среднюю скорость на границе раздела фаз:

$$\bar{u}_{гп} = 2 \bar{u}_{*ж} \sqrt{R_{1ж}} (\pi/2 + \sqrt{R_{1ж}}). \quad (27)$$

Подставляя значение  $\bar{u}_{гп}$  в выражение для определения  $\bar{R}_{1ж}$ , получим

$$\bar{R}_{1ж} = 11,6 \frac{\bar{u}_{гп}}{u_{*ж}} \sqrt{\frac{\bar{C}_{fж}}{2}}, \quad (28)$$

где  $\bar{C}_{fж} = 0,058 Re_{ж}^{-0,2}$ ,  $Re_{ж} = \bar{u}_{гп} h_{ф} / 2 \nu_{ж}$ .

Динамическую скорость трения  $\bar{u}_{*i}$  на границе раздела газ-жидкость найдем из уравнений движения газа в струе-факеле. Интеграл уравнений движения вязкого газа в поле сил гидростатического давления столба жидкости запишем в форме обобщенного уравнения Бернулли для вязкой среды [4]:

$$P_0 + \frac{\rho_e \bar{W}_0^2}{2} = P_k + \frac{\rho_e \bar{W}_n^2}{2} + \Delta P_T, \quad (29)$$

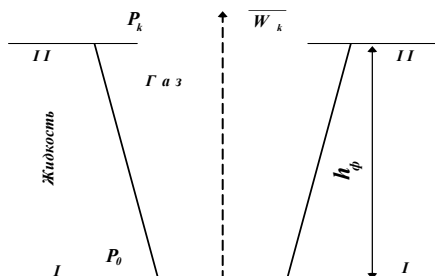


Рис. 1 – Структура газожидкостной струи

где  $P_0$ ,  $P_k$ ,  $\bar{W}_0$ ,  $\bar{W}_n$  – давление и средняя скорость газа в сечениях входа в барботажный слой I-I и распада струи на пузыри II-II рис. 1;  $\Delta P_T$  – потеря импульса газа на участке  $h_\phi$ , расходуемая на преодоление сил вязкого трения в объеме газа и на границе раздела фаз. Потеря энергии на преодоление сил внутреннего трения мала по сравнению с сопротивлением на границе раздела фаз. Пренебрегая действием сил внутреннего трения, удельную потерю импульса в струе запишем в виде

$$\Delta P_T = u_{*e}^2 \rho_e = u_{*ж}^2 \rho_{ж}, \quad (30)$$

где  $\rho_e$ ,  $\rho_{ж}$  – плотность газа и жидкости;  $u_*$  – динамическая скорость трения на границе газ-жидкость.

Перепад давления газа на высоте факела определяется в виде

$$\Delta P = P_0 - P_k = \rho_{ж} g h_\phi.$$

Подставляя значения  $\Delta P_T$  и перепада давления  $\Delta P$  в уравнение (29), получим

$$u_{*e}^2 \rho_e = u_{*ж}^2 \rho_{ж} = \frac{\rho_e \bar{W}_0^2}{2} - \frac{\rho_e \bar{W}_n^2}{2} + \rho_{ж} g h_\phi.$$

Среднее значение динамической скорости в пограничном слое газа и жидкости вычислим в середине высоты факела [6]:

$$\bar{u}_{*i} = \left( \frac{\rho_e (\bar{W}_0^2 - \bar{W}_n^2)}{4 \rho_i} + \frac{\rho_{ж} g h_\phi}{2 \rho_i} \right)^{1/2}, \quad (31)$$

где  $i = ж$  – жидкая фаза,  $i = e$  – газовая фаза. Средняя скорость газа в сечениях газовых струй при распаде их на пузыри составляет  $\bar{W}_n \approx \bar{W}_k / \varphi$ , где  $\varphi$  – газосодержание в данном сечении;  $\bar{W}_k$  – средняя скорость газа в колонне.

Высоту газового факела определим по уравнению [5]

$$h_\phi = 2.45 d_3 \left[ \frac{\rho_e \bar{W}_0^2}{g d_3 (\rho_{ж} - \rho_e)} \right]^{0.35}, \quad (32)$$

где  $d_3$  – эквивалентный диаметр отверстия.

Определим толщину вязкого  $\delta_D$  и диффузионного  $\delta_D$ , образующихся со стороны газа и жидкости, при разделении многокомпонентной смеси (компоненты питания пропан, изобутан, бутан, изопентан, пентан, гексан) на 71 клапанной двухпоточной тарелке при различных составах и расходах питания в колонне диаметром 3,8м. Давление верха, кПа – 587.7; давление кубового остатка, кПа – 638.3; температура верха, °C – 58; температура куба, °C – 106; температура питания, °C – 82. Принимаем исходную смесь как сумму двух ключевых компонентов: бутановая фракция, ключевой компонент – бутан; пентановая фракция, ключевой компонент – изопентан. Содержание НК компонента (пропана, изобутана и бутана) в мол.д. составляет:  $x_0 = 7.5 \cdot 10^{-5}$ ,  $x_{N+1} = 0.9984$ . Расчет будем производить для верхней секции колонны по средним значениям концентрации, температуры и давления.

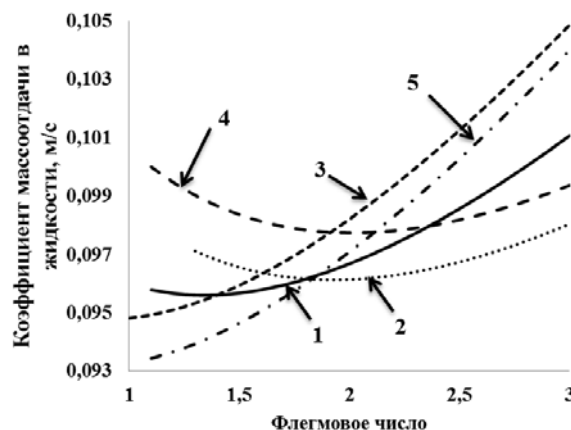


Рис. 2 – График зависимости коэффициента массоотдачи в жидкости в зависимости от флегмового числа при различных составах и расходах питания.

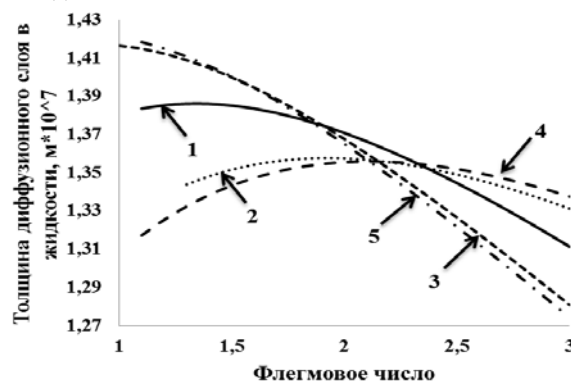


Рис. 3 – График зависимости толщины диффузионного слоя в жидкости в зависимости от флегмового числа при различных составах и расходах питания.

На рис. 2 – 4 представлены графики зависимости коэффициента массоотдачи (7) в жидкости, толщины диффузионного (1) и вязкого (2) слоев в зависимости от флегмового числа при различных составах  $x_f$  и расходах питания  $F$  (кривая 1 –  $x_f = 0.7027$  масс.д.,  $F = 60$  т/ч; 2 –  $x_f = 0.6$  масс.д.,  $F = 60$  т/ч; 4 –  $x_f = 0.8$  масс.д.,  $F = 60$  т/ч; 4 –  $x_f = 0.7027$  масс.д.,  $F = 50$  т/ч; 5 –  $x_f = 0.7027$  масс.д.,  $F = 80$  т/ч;). Левая граница графиков определяется минимальным флегмовым числом.

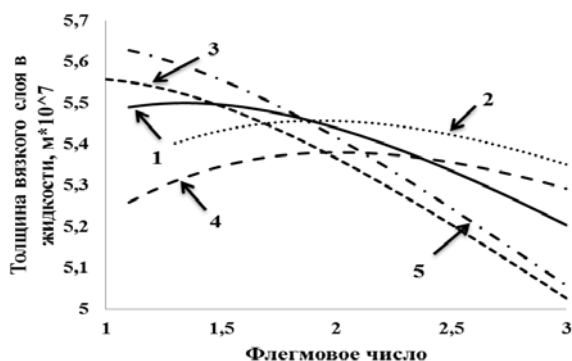


Рис. 4 – График зависимости толщины вязкого слоя в жидкости в зависимости от флегмового числа при различных составах и расходах питания.

Коэффициент массоотдачи в жидкости имеет минимум, что свидетельствует о высоком

сопротивлении массоотдачи при соответствующих флегмовых числах, при этом толщина диффузионного и вязкого слоев максимальна, что подтверждается рис. 3 и рис. 4.

Результаты работы получены в рамках федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 годы (соглашение №14.B37.21.0591).

### Литература

1. В. И. Елизаров, Д. В. Елизаров, С. А. Мерзляков, С. Г. Дьяконов, *Теор. основы. хим. технол.* 46, 5, 483-490 (2012).
2. С.С. Кутателадзе, *Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое.* Энергия, Москва 1972. 344 с.
3. С.А. Мерзляков, В.В. Елизаров, Д.В. Елизаров. *Вестник Казан. технол. ун-та*, 15, 8, 263-268 (2012).
4. С. Г. Дьяконов, В. В. Елизаров, В. И. Елизаров, *Теоретические основы проектирования промышленных аппаратов химической технологии на базе сопряженного физического и математического моделирования.* КГТУ, Казань 2009, 456 с.
5. А.А. Волошко, А.В. Вургафт, В.Н. Фролов. *Тепло- и массообм. в хим. технол. межвуз сб. науч. тр.* 27-28 (1981).
6. С.Г. Дьяконов, В.В. Елизаров, Д.В. Елизаров, С.А. Мерзляков. *Вестник Казан. технол. ун-та*, 3, 1, 57-63 (2009).

© В.И. Елизаров д-р техн. наук, профессор, зав. каф. АТПН НХТИ ФГБОУ ВПО «КНИТУ»; С. А. Мерзляков – ст. преп. той же кафедры, sergew@inbox.ru; Д. В. Елизаров – канд. техн. наук, доцент той же кафедры.