УДК 687.256:531.78

Н. Л. Корнилова, И. И. Комиссаров

ОБОСНОВАНИЕ ТРЕБУЕМОГО УРОВНЯ УПРУГО-ДЕФОРМАЦИОНЫХ СВОЙСТВ ПОЛИМЕРНО-ВОЛОКНИСТЫХ КОМПОЗИТОВ ДЛЯ ОРТОПЕДИЧЕСКИХ КОРСЕТНЫХ ИЗДЕЛИЙ

Ключевые слова: ортопедический корсет, функциональная деталь, модуль упругости материала.

С помощью методов теоретической механики описана система напряжений основных деталей ортопедического корсета для коррекции сколиоза. Предложены математические выражения для расчета величин усилий, действующих на корсет со стороны торса потребителя с S-образным сколиозом, и требуемого модуля упругости материала для выполнения условий прочности основных функциональных деталей. Показаны результаты экспериментальной оценки полученных формул. Определены требуемые пределы варьирования жесткости полимерно-волокнистых композитов для ортопедических корсетов.

Keywords: orthopedic corset, functional detail, modulus of elasticity.

A system of stresses in the main parts of orthopedic corset for correction of scoliosis is described using the methods of theoretical mechanics. The mathematical formulas to calculate acting on the corset forces from the part of the consumer with S-shaped scoliosis torso are proposed. The major functional components material elastic modulus required to fulfill the terms of strength were calculated. The results of the experimental evaluation of the formulas are shown. Required ranges of varying stiffness of polymer-fiber composites for orthopedic corsets defined.

Введение

Научно-технический прогресс во многих отраслях промышленности сегодня немыслим без применения новых композиционных материалов, способных улучшить показатели качества и надежности, увеличить сроки эксплуатации, снизить материалоемкость готовых изделий. Применение полимерно-волокнистых композитов в качестве материалов конструкционного назначения для ортопедических изделий позволит улучшить комплекс технологических и потребительских характеристик, что является актуальной социально-значимой задачей.

Основные функциональные элементы ортопедических корсетов предназначены для оказания корректирующего воздействия на позвоночник путем механического давления на пораженные участки опорно-двигательного аппарата (ОДА). Детали корсета находятся в напряженном состоянии и должны сохранять свою форму и размеры в процессе эксплуатации. В их изготовлении широко используются недеформируемые материалы, в частности, металлы, дерево, высокоупругие пластики, обеспечивающие зачастую избыточный запас прочности изделия и полное ограничение определенных движений. В то же время во избежание травмирования покровных тканей, атрофии мышц при длительной эксплуатации необходимо максимальное сохранение подвижности основных элементов ОДА [1]. Следовательно, функциональные элементы ортопедических корсетных изделий и подбираемые для их изготовления материалы должны соответствовать комплексу физико-механических характеристик, обеспечивающих рациональный компромисс между эффективностью оказываемого лечебного воздействия и допустимым уровнем медико-физиологических последствий для организма, то есть жесткость функциональной детали должна быть сведена к минимуму, обеспечивающему условия прочности при заданной величине коррекции.

Таким образом, реализация научно обоснованных подходов получения полимерно-волокнистых композиционных материалов для корсетных изделий ортопедического назначения требует решения сложной научно-технической задачи, связанной с определением необходимого корректирующего воздействия и соответствующего ему уровня жесткости и деформационной устойчивости конструкционных элементов корсета. Проблема заключается в невозможности проведения прямого измерения усилий, возникающих на участках коррекции торса пациента. Обоснование требований к физико-механическим свойствам создаваемых композитных материалов возможно с использованием математического аппарата для анализа напряженного состояния деталей корсетного изделия. Фундаментальным заделом в решении указанной задачи являются результаты проведения антропометрических, биомеханических и психо-физиологических исследований влияния корсетов на человека [2, 3], разработанные методы силового анализа позвоночного столба [4].

Целью настоящего исследования являлась разработка методики определения требуемого диапазона упруго-деформационных свойств полимерно-волокнистых композиционных материалов для изготовления ортопедических корсетов для потребителей разных возрастных групп, с различными антропометрическими данными, а также с различной степенью искривления позвоночного столба.

Теоретическая часть

Исследование системы напряжений и деформаций участков ортопедического корсета для коррекции сколиоза осуществлено с помощью методов теоретической механики.

Каждый функциональный элемент конструкции (рис. 1) находится в напряженном состоянии, так как испытывает действие определенных сил со стороны торса фигуры, скорректированной перед надеванием корсета и стремящейся занять привычное для нее положение в пространстве:

- *пелоты* испытывают изгибающее воздействие, равное по величине и обратное по направлению корригирующему усилию $Fкор_i$,
- *подмышечные костылики* нагружены силой веса соответствующего участка плечевого пояса фигуры $Рплеч_i$, вызывающей продольное сжатие детали,
- *тазовая гильза* является опорой для всей конструкции, поэтому на нее действуют силы реакции опоры *Sопор*.

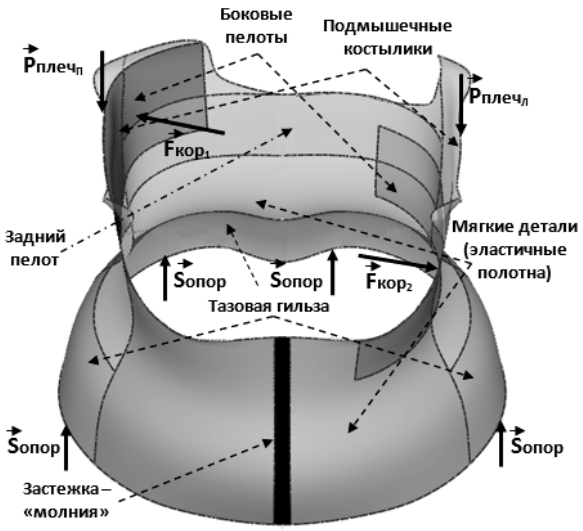

Рис. 1 – Расположение функциональных деталей в ортопедическом корсете для коррекции S-образного сколиоза

Деталь *костылика* для расчетов представим в виде сектора цилиндрической оболочки с шарнирно опертыми кромками, нагруженной осевым внешним давлением под действием веса плечевого пояса фигуры. Формула для расчета максимального давления оболочки такого типа, приводящего к искажению ее геометрической формы вследствие сжатия, представлена в [5]:

$$q_{кр} = \frac{Eh^3}{rL^2}k, \qquad (1)$$

где E – модуль упругости материала (МПа),
r – радиус оболочки (мм),
h – ее толщина (мм),
L – высота (мм),
k – коэффициент соотношения размеров оболочки, для костыликов большинства видов ортопедических корсетов $k \approx 3$.

Для сектора оболочки с центральным углом менее 90^0 вместо r в формуле (1) используется параметр $в/2$, где $в$ – ширина детали (мм).

Давление на костылик равно:

$$q = \frac{P_{плеч}}{вh}, \qquad (2)$$

где $P_{плеч}$ – вес плечевого пояса фигуры (Н).

Так как при S-образном сколиозе плечевой пояс пациента наклонен, плечевой сустав со стороны грудной дуги искривления расположен выше другого (со стороны поясничной дуги искривления), величина усилия, действующего на костылик, не равна *Рплеч/2*. С учетом этого давление на костылик, расположенный со стороны грудной дуги искривления, может быть определено:

$$q = \frac{P_{плеч}Sin\alpha}{вh}, \qquad (3)$$

со стороны поясничной дуги искривления:

$$q = \frac{P_{плеч}\sqrt{3Cos^2\alpha + 1}}{вh}, \qquad (4)$$

где α – угол наклона плечевого пояса к горизонтали.

Из формул (1– 4) вытекает условие прочности детали: материал для ее изготовления должен иметь модуль упругости, достаточный для сохранения формы и размеров при расчетной величине давления, вызывающего сжатие. То есть

$$E_{сж} \geq \frac{P_{плеч}L^2Sin\alpha}{2kh^4}, \qquad (5)$$

или

$$E_{сж} \geq \frac{P_{плеч}L^2\sqrt{3Cos^2\alpha + 1}}{2kh^4}. \qquad (6)$$

Деталь *тазовой гильзы* можно представить в виде половины цилиндрической оболочки, наклоненной к горизонтальной плоскости под углом α, нагруженной равномерным внутренним давлением, вызванным действием радиальной силы реакции опоры, равной по величине весу корсета. Для расчета ее устойчивости предложено использовать формулу:

$$q = \frac{P_{корс}}{d_{пб}LSin\alpha}, \qquad (7)$$

где $P_{корс}$ – вес корсета (кг),
$d_{пб}$ – поперечный диаметр бедер фигуры (м),
L – высота детали (м).

Тогда условие прочности детали:

$$E_{изг} \geq \frac{(1-\nu^2)P_{корс}d_{пб}^2}{2h^3LSin\alpha}. \qquad (8)$$

Значение синуса угла наклона оболочки к горизонтали можно определить по величинам размерных признаков $Гт_2$ – «глубина талии сзади относительно выступающей точки ягодиц», *Влт* – «высота линии талии» и *Ввтя* – «высота ягодичной точки»:

$$Sin\alpha = \frac{Гт_2}{\sqrt{Гт_2^2 + (Влт - Ввтя)^2}}. \qquad (9)$$

Для расчета величины напряжения, возникающего в *пелоте* корсета, деталь пелота представим в виде половины цилиндрической оболочки со свободными кромками, нагруженной равномерным радиальным внутренним давлением, вызванным действием корригирующей силы $F_{кор}$. Потеря устойчивости оболочки под внутренним давлением сопровождается увеличением радиуса кривизны полуцилиндра. Формула для расчета максимального давления оболочки такого типа представлена в [6]:

$$q_{кр} = \frac{Eh^3}{4r^3(1-\nu^2)}. \qquad (10)$$

где E – модуль упругости материала (МПа),
ν – коэффициент Пуассона,
r – радиус оболочки (мм),
h – ее толщина (мм).

Давление на часть оболочки с размерами, соответствующими детали пелота, равно:

$$q = \frac{F}{2rL}, \qquad (11)$$

где F – корригирующее усилие $F_{кор}$ (Н),
r – радиус кривизны поверхности торса в области грудной клетки или талии (м),
L – высота детали (м).

Давление, испытываемое корсетом, должно быть меньше критической величины, которая определяется толщиной детали и модулем упругости материала. Поскольку толщина должна быть по возможности минимальной, из формул (10) и (11) вытекает условие прочности оболочки – материал для ее изготовления должен иметь модуль упругости, достаточный для сохранения формы и размеров при расчетной величине изгибающего напряжения:

$$E_{изг} \geq \frac{2(1-\nu^2)Fr^2}{h^3 L}. \qquad (12)$$

Для расчета величины $F_{кор}$ корригирующих усилий, направленных на придание нормальной формы патологически измененному позвоночному столбу, представим позвоночник человека как биомеханическую стержневую систему, сочлененную посредством сферических шарниров. Рассмотрим элементарный сегмент позвоночного столба, полученный в результате сечения его плоскостями, перпендикулярными продольной оси и проходящими через k-й и $(k+1)$-й позвонки. Представим пару позвонков $(k, k+1)$ в виде перерезанных стержней, сочлененных k-м сферическим шарниром с центром в точке O_k.

Для определения усилий, необходимых для изменения формы позвоночника в сагиттальной плоскости (увеличения поясничного лордоза или уменьшения грудного кифоза), рассмотрим сагиттальную проекцию элементарного сегмента, которая изображена на рис. 2.

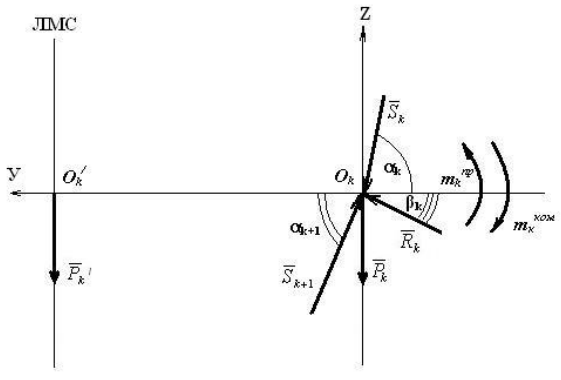

Рис. 2 – Анализ сил, действующих на сочленение двух соседних позвонков в сагиттальной плоскости

Положение точки O_k можно определить с помощью программно-аппаратного комплекса «Стабилан 3D» [7] ОКБ «РИТМ» и Ивановской городской больницы восстановительного лечения.

Как показано в [4], на данную пару позвонков при условии ее равновесия действуют следующие силы и моменты сил (рис. 2):

$\bar{S}_k$ – усилие, действующее в k-м позвонке;
$\bar{S}_{k+1}$ – сила реакции в $(k+1)$-м позвонке;
$\bar{P}_k$ – вес k-го сегмента тела человека, полученного в результате сечения его плоскостями, проходящими через k-й и $(k+1)$-й шарниры;
$\bar{R}_k$ – равнодействующая усилий мышц и связок, отвечающих за поддержание вертикальной позы, действующая на сочлененные тела позвонков;
$m_k^{пр}$ – момент присоединенной пары;
$m_k^{ком}$ - компенсационный момент.

Равновесие данной системы описывается аналитическими уравнениями:

$$\begin{aligned} \sum F_{ky} &= S_k Cos\alpha_k - S_{k+1} Cos\alpha_{k+1} + R_k Cos\beta_k = 0 \\ \sum F_{kz} &= -P_k - S_k Sin\alpha_k + S_{k+1} Sin\alpha_{k+1} + R_k Sin\beta_k = 0 \\ \sum m_{Ok} &= -m_k^{пр} + m_k^{ком} = 0 \end{aligned} \qquad (13)$$

Значение P_k может быть рассчитано на основе данных о массе сегмента. Регрессионные уравнения для вычисления массы сегментов торса по известным значениям роста и веса человека приведены в [8]. S_k должно быть рассчитано при рассмотрении равновесия предыдущей (k-1, k) пары позвонков.

Усилия организма, направленные на поддержание вертикального положения позвоночного столба, определяются суммой векторов $\bar{S}_{k+1}$ и $\bar{R}_k$. Решая совместно 1-е и 2-е уравнения из (13), получаем выражения для расчета модулей сил:

$$R_k = \frac{S_{k+1} \cdot Cos\alpha_{k+1} - S_k \cdot Cos\alpha_k}{Cos\beta}, \qquad (14)$$

$$S_{k+1} = \frac{P_k + S_k \cdot Sin\alpha_k - R_k \cdot Sin\beta_k}{Sin\alpha_{k+1}}. \qquad (15)$$

Расчетные значения усилий в отдельных позвонках, полученные с использованием данных выражений, в целом согласуются с литературными данными [9]. Поскольку функция ортопедического корсета состоит в компенсации дополнительных мышечных усилий, возникающих при коррекции формы позвоночника, величины корригирующих усилий могут быть определены на различных участках как разность значений равнодействующих мышечных усилий R при существующей и предполагаемой формах позвоночного столба [5]. Расчеты показывают, что при коррекции сильных искривлений корригирующее усилие на уровне пятого поясничного позвонка $R(L_V)$ составляет от 64 до 170 Н.

Аналогичный подход использован для расчета усилий в *боковых пелотах* ортопедического корсета. При возникновении патологического искривления позвоночного столба одна из симметричных мышц развивает усилие меньшее, чем другая, равнодействующая мышечных усилий R_k отклоняется от вертикали и имеет горизонтальную составляющую. При этом основной функцией корсета являет-

ся возвращение системы сил к равновесному состоянию путем создания компенсирующей силы F_k, равной по модулю и противоположной по направлению R_k.

Проведенные расчеты показывают, что величина корректирующего усилия, развиваемого боковым пелотом корсета, расположенным на уровне 12-го грудного позвонка $F(Th_{XII})$, находится в пределах 25 – 250 Н в зависимости от роста и веса человека, а на уровне 5-го поясничного позвонка F (L_V) – 75 – 500 Н.

Экспериментальная часть и окончательные расчеты

Для обоснования возможности практического применения разработанной методики проведены экспериментальные исследования. Наиболее информативным и значимым показателем является величина давления детали корсета на соответствующий участок торса. Поэтому проведено сравнение расчетных значений, полученных с помощью описанного выше математического аппарата, с измерениями фактического давления в корсетах, изготовленных для конкретных пациентов. Измерение осуществляли с помощью датчика конструкции Шапошникова, соединенного с водным манометром. Предварительную тарировку измерительной установки осуществляли на стандартном поверенном оборудовании. Средняя погрешность измерения составила 0,26 мм рт. ст. Полученные данные представлены в табл. 1 и 2.

Таблица 1 - Сопоставление величин давления плечевого пояса пациентов с разным типом фигуры на детали костыликов корригирующих ортопедических корсетов, полученных расчетным и экспериментальным способом

Тип фигуры: обхват груди/ рост/ степень сколиоза	Давление на костылик, расположенный со стороны грудной дуги искривления, мм рт.ст.			Давление на костылик, расположенный со стороны поясничной дуги искривления, мм рт.ст.		
	Расчетные данные	Экспериментальные данные	Относ. отклонение, %	Расчетные данные	Экспериментальные данные	Относ. отклонение, %
64/152/2	41,12	39,23	-4,6	45,82	47,8	4,32
52/141/1	39,82	38,12	-4,1	42,12	43,5	3,28
88/163/3	47,34	45,16	-4,6	51,03	49,14	-3,85
59/154/2	44,77	45,1	0,7	46,77	45,23	1,03
56/143/1	43,9	44,2	0,7	44,49	43,5	-0,91
82/158/2	46,16	45,4	-1,7	48,12	46,32	-4,25
94/166/3	52,02	49,82	-4,2	54,32	55,98	3,01
66/161/2	46,8	48,12	2,8	48,02	46,85	-2,61
70/162/2	48,79	47,81	-2,0	50,51	52,05	3,02
61/156/1	45,82	45,5	-0,7	46,15	47,32	2,54

Из представленных в табл. 1 и 2 результатов видно, что относительное отклонение экспериментальных значений от расчетных составляет от -8% до +5%, что может быть принято допустимым для рассматриваемой задачи. Для наиболее ответственных деталей, определяющих целостность и функциональность всей конструкции, необходимо при предварительных расчетах заложить коэффициент запаса прочности 1,3.

Таблица 2 - Сопоставление величин давления деталей боковых пелотов корригирующих ортопедических корсетов на торс пациентов с разным типом фигуры, полученных расчетным и экспериментальным способом

Тип фигуры: обхват груди/ рост/ степень сколиоза	Давление грудного пелота, мм рт.ст.			Давление поясничного пелота, мм рт.ст.		
	Расчетные данные	Экспериментальные данные	Относ. отклонение, %	Расчетные данные	Экспериментальные данные	Относ. отклонение, %
64/152/2	17,57	16,89	-3,87	23,05	21,61	-6,25
52/141/1	3,73	3,7	-0,80	5,81	5,45	-6,20
88/163/3	29,84	27,49	-7,88	37,01	35,5	-4,08
59/154/2	16,88	15,55	-7,88	22,55	21,21	-6,1
56/143/1	4,29	4,41	3,0	7,02	6,68	-4,84
82/158/2	7,17	6,93	-3,35	12,84	12,35	-3,82
94/166/3	31,25	29,85	-4,48	47,28	44,65	-5,56
66/161/2	18,45	16,97	-8,02	24,44	23,58	-3,52
70/162/2	6,97	6,54	-6,17	13,23	12,61	-4,69
61/156/1	4,87	4,5	-7,60	10,21	9,69	-5,09

Таким образом, разработанная методика расчета напряженного состояния деталей может быть использована для расчета требуемых показателей их упруго-деформационных свойств.

С использованием разработанной методики произведен расчет требуемого модуля упругости материала для основных функциональных деталей корсетов. Диапазоны полученных значений представлены в виде графиков на рис. 3 и 4.

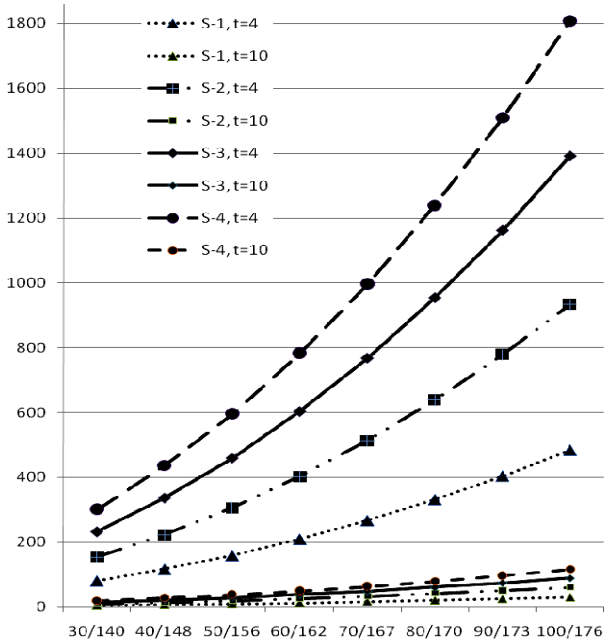

Рис. 3 - Расчетные значения модуля упругости ($E_{изг}$) материала для изготовления грудного пелота ортопедического корсета для коррекции сколиоза в зависимости от веса и роста потребителя при степени сколиоза (S) 1 – 4 и толщине детали (t) 4 и 10 мм

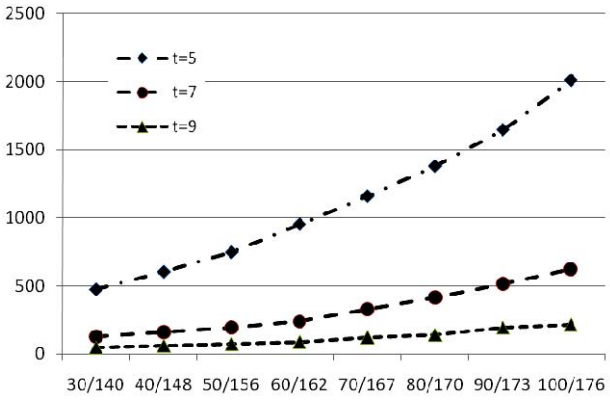

Рис. 4 - Расчетные значения модуля упругости ($E_{изг}$) материала для изготовления костыликов ортопедического корсета для коррекции сколиоза в зависимости от веса и роста потребителя при различной толщине детали (t, мм)

Из представленных графиков видно, что условия прочности зависят от антропометрических параметров и степени сколиоза пациента, при этом различие между минимальным и максимальным значениями составляет около 40 раз. Проведенный анализ напряженного состояния деталей корсетных изделий подтверждает необходимость использования материалов с очень широким диапазоном прочности и позволяет определить требуемые параметры для конкретных элементов конструкции.

Выводы

1. В результате теоретических исследований разработаны формулы для расчета модуля упругости материалов для изготовления функциональных деталей корсетных изделий на основе данных о росте и весе потребителя и разницы желаемой и существующей форм позвоночного столба.

2. Экспериментально подтверждена возможность использования предложенных формул для расчета требуемого модуля упругости материала для основных функциональных деталей корсетов.

3. Показан диапазон изменения требуемого модуля упругости материалов для изготовления функциональных деталей корригирующих корсетов для потребителей с различными антропометрическими характеристиками при толщине деталей от 4 до 10 мм.

Литература

1. Заболевания и повреждения позвоночника у детей. Междунар. институт. сборник научных трудов Ленингр. науч.–исслед. детского ортопед. интерната им. Г.И. Турнера. Под. ред. В.Л. Андрианова. Л.: Б. и., 1981. 145 с.
2. Г.В. Баландина, Н.Л. Корнилова. Исследование воздействия корсетного изделия на торс женской фигуры. *Швейная промышленность*. 2007. №4. С. 52-53.
3. Ю.А. Шаммут, Н.Л. Корнилова, С.И. Колотилов, С.В. Королева. Методика оценки статики фигуры со сколиотической осанкой при проектировании корсетных изделий ортопедического назначения. *Изв. вузов. Технология текст. пром-сти*. 2004. №2. С.72-74.
4. Н.Л. Корнилова, С.И. Колотилов, В.Г. Анфимов, Ю.С. Жарова. Силовой анализ позвоночного столба человека для проектирования корсетных изделий ортопедического назначения. *Изв. вузов. Технология текст. пром-сти.* 2009. № 4. С.80-83.
5. А.В. Погорелов. *Геометрическая теория устойчивости оболочек*. Москва, 1966, 296 с.
6. В.А. Казанцев. Устойчивость круговых цилиндрических оболочек при совместном действии давления и локальных поверхостных нагрузок. Дисс. канд. физ-мат. наук, Казань, 1984, 187 с.
7. Stabilan 3D. Программно-методическое обеспечение компьютерного комплекса. Руководство пользователя. – Иваново, 2007. 118 с.
8. В.Н. Тихонов. Геометрия масс тела спортсмена и оптимизация его технической подготовки в видах спорта с заданной кинематикой. Дисс. докт. пед. наук, Майкоп, 2002, 315 с.
9. И.А. Солопова. Структурно-функциональные особенности системы поддержания вертикальной позы человека: сравнение стояния в обычных и усложненных условиях. Дисс. канд. биол. наук, Москва, 2002, 116с.

© **Н. Л. Корнилова –** д-р техн. наук, проф. каф. технологии швейных изделий Ивановской госуд. текстильной академии (ИГТА); **И. И. Комиссаров** - д-р техн. наук, проф. каф. проектирования текстильных машин ИГТА, nkorn@mail.ru.