

Ю. А. Паранин, Р. Р. Якупов, А. В. Бурмистров

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА СПИРАЛЬНЫХ МАШИН СУХОГО СЖАТИЯ В УСЛОВИЯХ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ (ЧАСТЬ 1)

Ключевые слова: спиральный вакуумный насос, спиральный компрессор, математическая модель, сухое сжатие, теплообмен, массообмен.

Представлены общие положения методики расчета характеристик спиральных машин сухого сжатия, в том числе математическая модель, принятые допущения, основные уравнения и метод их решения. Обсуждаются особенности применения допущений применительно к вакуумным насосам и компрессорам. Приведена расчетная схема спиральной машины и методика расчета перетеканий газа через каналы.

Key words: scroll vacuum pump, scroll compressor, mathematical model, dry compression, heat exchange, mass exchange.

Method for calculation of dry compression scroll machines features is presented, including mathematical model, assumptions made, main equations and method of their solution. Peculiarities of application of the assumptions for vacuum pumps and compressors are discussed. The calculation algorithm for a scroll machine and method for calculation of gas leakage through channels are given.

Быстрое продвижение на мировом рынке и возрастающая популярность спиральных вакуумных насосов и компрессоров сухого сжатия обусловлены рядом неоспоримых преимуществ: низкое энергопотребление, высокая надежность, уравновешенность и компактность. Такие машины нашли широкое применение в пищевой промышленности, фармакологии, медицине, химии, холодильной и криогенной технике, двигателестроении и других областях, где предъявляются особые требования к чистоте подаваемого воздуха или остаточной среды. Производство и реализация безмасляных спиральных машин происходит в условиях серьезной конкуренции, где огромную роль играет технический уровень и стоимость. Спиральные насосы и компрессоры являются очень наукоемким видом продукции. Для изготовления профильных элементов таких машин требуется прецизионное дорогостоящее оборудование, а их совершенствование возможно только на базе физически обоснованных и надежно апробированных математических моделей, позволяющих получить информацию о влиянии любого конструктивного параметра на характеристики.

В данной работе предлагается подход к моделированию рабочего процесса спиральных машин. Не смотря на кажущуюся схожесть конструкций безмасляных спиральных вакуумных насосов и компрессоров, существует ряд существенных различий. В первую очередь они связаны с разными задачами, решаемыми с помощью насосов и компрессоров. Как известно, компрессор всегда работает в условиях сплошной среды, и степень сжатия спирального компрессора редко превышает $\pi=10$. Степень сжатия спирального вакуумного насоса для получения остаточного давления порядка 1 Па должна составлять $\pi=10^5$. При таком широком диапазоне рабочих давлений в спиральном вакуумном насосе режим течения может быть и вязкостным, и переходным, и молекулярным. Для достижения такой высокой степени сжатия спирали в вакуумных насосах имеют большее количество витков, чем в компрессорах. В тоже время, за счет малых массовых потоков тепловая и силовая нагрузки на рабо-

чие элементы в сухом вакуумном насосе существенно ниже, чем в компрессоре. Благодаря этому все спиральные насосы имеют лишь воздушное охлаждение. А, например, при сжатии воздуха до отношения давлений $\pi=10$ с помощью одноступенчатого спирального компрессора, затраченная механическая энергия приводит к повышению температуры нагнетания, элементов конструкции, в том числе спиралей, до 200°C и более, что часто вызывает необходимость его водяного охлаждения (рис.1).

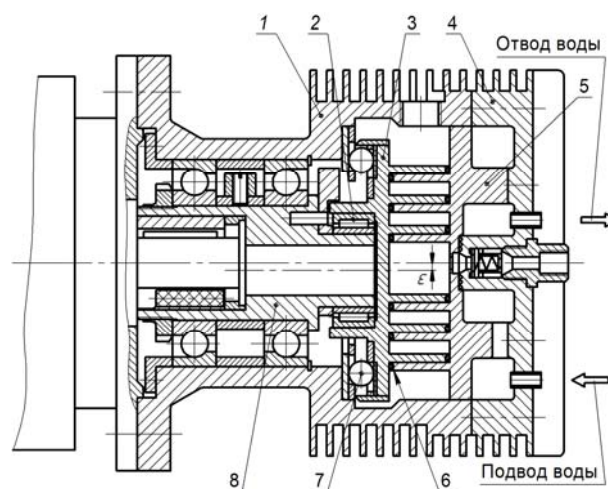


Рис. 1 - Конструкция спирального компрессора:
1 - корпус; 2 - подшипник опорный; 3 - спираль подвижная; 4 - крышка; 5 - спираль неподвижная; 6 - лента уплотнительная; 7 - подшипник упорный, ППУ; 8 - вал эксцентриковый

Наличие системы охлаждения обуславливает иную физическую картину в потоке сжимаемого газа вследствие его теплового взаимодействия с элементами конструкции, образующими рабочие камеры спиральной машины, оказывает влияние на конечные параметры рабочего тела, экономичность спиральной машины.

Основными показателями объемных машин, работающих в качестве компрессора, которые оце-

нивают их энергетическое совершенство, являются коэффициент подачи (η_v), внутренний (индикаторный) К.П.Д. ($\eta_{ад,вн}$) и эффективный (полный) К.П.Д. ($\eta_{ад,эф}$). $\eta_{ад,вн}$ оценивает совершенство внутренних процессов (термодинамических и газодинамических), $\eta_{ад,эф}$ оценивает энергетическое совершенство компрессора в целом, как совершенство внутренних процессов, так и совершенство конструкции механизма движения. Данные показатели также могут использоваться для вакуумных насосов, работающих при высоких входных давлениях.

Математическое моделирование рабочего процесса в спиральной машине позволяет наиболее дифференцированно подойти к учету тех или иных факторов, влияющих на рабочий процесс, на каждой его стадии и учесть тепло - массообмен, механические взаимодействия в рабочих полостях, протечки через щели и прочее. При этом сама математическая модель может дополняться, например, путем учета упругой деформации спиралей, потерь на входе и выходе и т.д.

Рабочий процесс в спиральной машине совершается с переменной массой рабочего тела. Это связано с непрерывным изменением объемов рабочих полостей в процессах всасывания, сжатия и нагнетания, а также с перетечками газа между рабочими полостями через зазоры. Математическая модель процесса с переменной массой газа базируется на дифференциальных уравнениях изменения параметров рабочего тела, которые широко используются в практике моделирования компрессоров [1, 2] и вакуумных насосов [3, 4]. Сами дифференциальные уравнения, описывающие состояние газа в полостях спиральной машины могут записываться в различных формах. В данной работе будем использовать форму, предложенную А.М. Тарасовым [5]

$$dP_i = \frac{1}{V_i} \cdot [m_i R dT_i + R T_i dm_i - P_i dV_i] \quad (1)$$

$$dT_i = dT_{vi} + dT_{exi} + dT_{mi} + dT_{Ti} \quad (2)$$

Здесь и далее параметрам рассматриваемой полости присвоен индекс «i», впереди идущей полости – «i+1», полости, следующей за рассматриваемой – «i-1». Первое из этих уравнений представляет уравнение Клайперона и учитывает влияние изменения массы dm , температуры dT и объема dV на изменение давления dP в рабочих полостях компрессора. Второе уравнение учитывает изменение температуры газа в рабочей полости за бесконечно малый промежуток времени.

При разработке математической модели приняты следующие основные допущения: газовая среда непрерывна и однородна; сжимаемый газ подчиняется законам идеального газа; параметры состояния рабочего газа изменяются одновременно по всему объему рабочей полости, при поступлении газа из смежных полостей, перемешивание поступающего и находящегося в полости газа происходит мгновенно; изменение потенциальной и кинетической энергии газа пренебрежимо мало; теплота трения уплотнительных лент не подводится к газу; перетечки газа через торцевые уплотнения спиралей пренебрежимо малы; параметры состояния в полостях

всасывания и нагнетания постоянны, газодинамические потери давления на всасывании не учитываются, газодинамические потери на трение о стенки рабочих полостей не учитываются; течение рабочего газа через конструктивные зазоры и окно нагнетания принимается адиабатным и квазистационарным; теплообмен между газом и стенками рабочих полостей конвективный и может быть описан формулой Ньютона-Рихмана при идентичности коэффициентов теплоотдачи на всех теплообменных поверхностях рабочей полости; теплообмен на внешних поверхностях подвижной и неподвижной спиралей конвективный, может быть описан формулой Ньютона-Рихмана и определяется при постоянном коэффициенте теплоотдачи для рассматриваемого участка теплообменной поверхности; процессы теплопроводности в спиралах рассматриваются в стационарной постановке; материал спиралей сплошной, однородный, изотропный, совершенно упругий, коэффициент теплопроводности спирали постоянный и не зависит от температуры; в стенках рабочих полостей отсутствуют внутренние источники тепла.

Всем принятым допущениям в полной мере отвечает рабочий процесс спирального компрессора. А вот для спирального вакуумного насоса допущение о сплошности газовой среды выполняется не во всем диапазоне рабочих давлений, но вместе с тем, охватывает большую часть характеристики (от 10^3 до 10^5 Па).

На рис.2 приведена расчетная схема спиральной машины с учетом процессов теплообмена и упругой деформации спиралей, которая используется здесь и в дальнейшем.

Изменение объема dV , а также его текущее значение V , являются функцией угла поворота приводного вала. В общем виде величину dV_i можно записать как

$$dV_i = \frac{1}{2\pi\omega} \cdot F(\varphi) \cdot h \cdot d\varphi, \quad (3)$$

где ω – частота вращения приводного вала; $F(\varphi)$ – площадь полости в зависимости от угла поворота φ приводного вала; h – высота витка спиралей.

Полный дифференциал изменения массы газа в рабочей полости равен:

$$dm_i = dm_{i+1} - dm_{i-1} - dm_{oni}, \quad (4)$$

где dm_{i+1} – изменение массы газа в рабочей полости, связанное с притечками газа из впереди идущей полости; dm_{i-1} – изменение массы газа в рабочей полости, связанное с перетечками газа из полости; dm_{oni} – изменение массы газа в рабочей полости, связанное с протечками (или входом) газа в нагнетательное окно (из нагнетательного окна).

Обязательным при расчете является учет массообмена между полостями компрессора. Масса газа, втекающего или вытекающего из рабочей полости через щели между рабочими элементами или нагнетательное окно СК, определяется по уравнению

$$dm_i = \mu_i \cdot F_i \cdot W_i \cdot \rho_i \cdot d\tau, \quad (5)$$

где μ_i – коэффициент расхода газа через щель или окно нагнетания; F_i – площадь проходного сечения

щели или окна нагнетания; W_i – скорость адиабатного истечения; ρ_i – плотность газа в полости, из которой утекает газ; dt – промежуток времени, в течение которого происходит истечение.

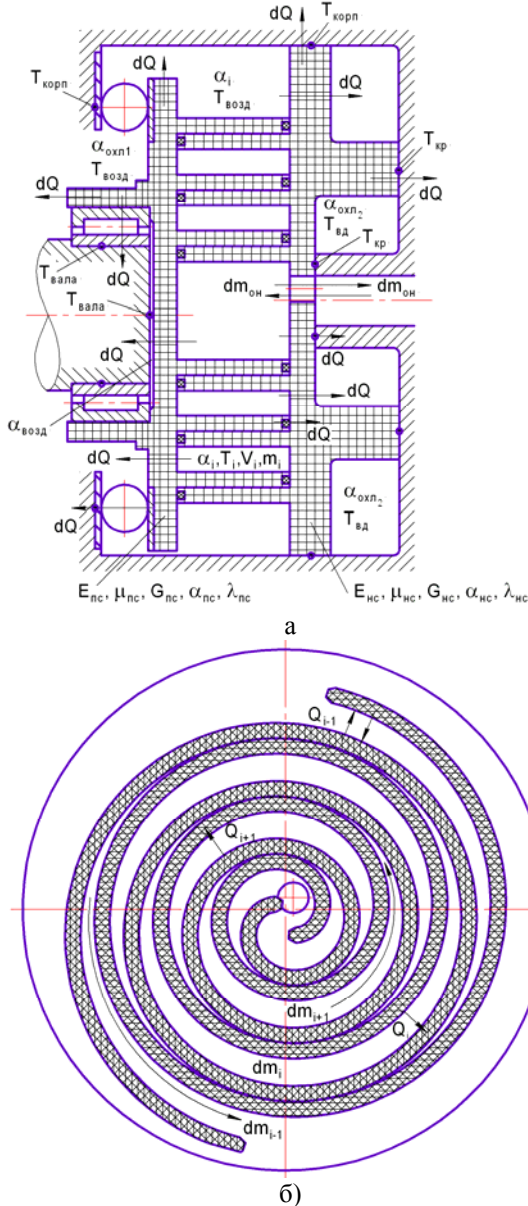


Рис. 2 - Расчетная схема спиральной машины с учетом процессов теплообмена и упругой деформации спиралей

Масса перетекающего газа для условий сплошной среды определяется с помощью известного выражения [6]

$$m = K_p F \sqrt{\frac{1}{RT_2} (P_2^2 - P_1^2)}, \quad (6)$$

где $K_p = \frac{1}{\sqrt{\ln(P_2/P_1)^2 + \xi + \lambda \Sigma}}$ – безразмерный

опытный коэффициент расхода, P_1, P_2 – параметры газа до и после щели; R – газовая постоянная; ξ – коэффициент, учитывающий местные сопротивления на входе и выходе из щели; λ – коэффициент трения газового потока в щели; Σ – коэффициент

формы щели; $F = \delta \cdot h$ – площадь поперечного сечения щели; h – высота спирали, δ – минимальная высота щели.

K_p учитывает снижение расхода вследствие потерь при движении газа через щель, тип щели, геометрические размеры щели, длину пути дросселирования, трение газового потока, потери на входе и выходе от внезапного сужения или расширения.

При известных формах и размерах щели, физических свойствах и параметрах газа до и после щели определение расхода через щель сводится к определению коэффициента расхода K_p . Обычно коэффициент расхода находится как функция условного параметра сопротивления S движения газа в щели, т.е. $K_p = f(S)$, которая представлена в работе [7] в виде графиков.

Параметр сопротивления определяется по формуле

$$S = \frac{b \cdot C_R}{2 \cdot \delta \cdot \sqrt{Re}}, \quad (7)$$

где C_R – коэффициент сопротивления, учитывающий шероховатость стенок щели, который определяется функцией $C_R = f(Re)$; b – глубина щели.

Для нахождения C_R в зависимости от числа Re и значения коэффициента расхода K_p первого приближения в зависимости от S используются графические зависимости.

Средний коэффициент расхода газа через окно нагнетания в спиральной машине определяется на основе экспериментальных индикаторных диаграмм как отношение действительного массового расхода газа через нагнетательное окно m_D к теоретическому m_T [6]:

$$\mu_{OH} = \frac{m_D}{m_T} = \frac{V_{BC} T_H}{T_{BC} P_H W(\varphi) \int_0^\varphi F_{OH}(\varphi) d\varphi} = \frac{C_H}{W(\varphi)} \quad (8)$$

$$m_T = \frac{P_H}{RT_H} W(\varphi) \int_0^\varphi F_{OH}(\varphi) d\varphi \quad (9)$$

где $W(\varphi)$ – скорость адиабатного истечения газа; $F_{OH}(\varphi)$ – площадь живого сечения нагнетательного окна; $d\varphi$ – угол, в пределах которого происходит истечение газа через нагнетательное окно.

Средняя скорость газа в окне нагнетания находится в виде

$$C_H = \frac{V_H}{\int_0^\varphi F_{OH}(\varphi) d\varphi}. \quad (10)$$

Выражение (9) получено из уравнения неразрывности исходя из скорости адиабатного истечения $W(\varphi)$. При вычислении этой скорости давление до окна нагнетания снимается с экспериментальных индикаторных диаграмм, а давление после окна нагнетания принимается равным давлению нагнетания P_H .

Скорость адиабатного истечения газа через окно нагнетания определяется по формуле Сен-Венана-Вентцеля

$$W_i = \sqrt{2RT_{(i+1)} \frac{k}{k-1} \left[1 - \left(\frac{P_i}{P_{(i+1)}} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \quad (11)$$

Коэффициент расхода через нагнетательное окно зависит от числа Рейнольдса, которое определяется по формуле

$$Re = \frac{4C_H F_{OH}}{\Pi \nu}, \quad (12)$$

где Π – периметр окна нагнетания; ν – коэффициент кинематической вязкости газа.

Коэффициент расхода $\mu_{он}$ учитывает влияние ряда факторов, таких как сужение струи, шероховатость стенок нагнетательного окна, остроту входных и выходных кромок, пульсацию потока и т.п.

Составляющие изменения температуры в уравнении (2) являются результатом действия следующих факторов:

- адиабатного изменения объема

$$dT_{Vi} = (k-1) \cdot T_i \frac{dV_i}{V_i} \quad (13)$$

- поступления газа в рассматриваемую полость с иной температурой

$$dT_{Bxi} = \frac{m_i T_i + dm_{i+1} T_{i+1}}{m_i + dm_{i+1}} - T_i, \quad (14)$$

где m_i и T_i – масса и температура газа в полости до смешивания; m_{i+1} и T_{i+1} – масса и температура газа, поступающего в полость;

- изменения массы газа в полости

$$dT_{mi} = (k-1) \cdot T_i \frac{dm_i}{m_i}, \quad (15)$$

- теплообмена газа со стенками рабочей полости.

$$dT_{Ti} = \frac{\alpha_i}{m_i C_{Vi}} (F_{CT1i} (T_i - T_{CT1i}) + F_{CT2i} (T_i - T_{CT2i}) + F_{CT3i} (T_i - T_{CT3i}) + F_{CT4i} (T_i - T_{CT4i})) \quad (16)$$

где C_{Vi} – удельная теплоемкость при постоянном объеме; α_i – средний коэффициент теплоотдачи; F_{CT1i} , F_{CT2i} , F_{CT3i} , F_{CT4i} – площади стенок рабочей полости: вогнутой профилированной поверхности ребра неподвижной спирали, выпуклой профилированной поверхности ребра подвижной спирали, поверхности основания неподвижной спирали, поверхности основания подвижной спирали соответственно; T_{CT1i} , T_{CT2i} , T_{CT3i} , T_{CT4i} – соответствующие температуры стенок рабочей полости.

Член dT_{Ti} , являющийся составной частью уравнения (2), может быть как положительным так и отрицательным, в зависимости от направления теплового потока.

Задав начальные параметры и выбрав интервал счета, система дифференциальных уравнений

рабочего процесса решается методом последовательных приближений. В результате находятся значения конечных параметров газа в полости в зависимости от угла поворота вала, в том числе действительная индикаторная и температурная диаграммы компрессора или насоса.

В итоге определяются основные показатели объемных машин, оценивающие их энергетическое совершенство – коэффициент подачи (η_v), внутренний (индикаторный) К.П.Д. ($\eta_{ад,вн}$) и эффективный (полный) К.П.Д. ($\eta_{ад,эф}$). $\eta_{ад,вн}$ оценивает совершенство внутренних процессов (термодинамических и газодинамических), $\eta_{ад,эф}$ оценивает энергетическое совершенство машины в целом, включая как совершенство внутренних процессов, так и совершенство конструкции механизма движения.

Статья подготовлена в ФГБОУ ВПО «КНИТУ» при финансовой поддержке проекта «Создание высокотехнологичного производства безмаслянных спиральных вакуумных насосов для индустрии наносистем и наноматериалов» открытого публичного конкурса по отбору организаций на право получения субсидий на реализацию комплексных проектов по созданию высокотехнологичного производства согласно постановления Правительства Российской Федерации от 9 апреля 2010 года N 218 «О мерах государственной поддержки развития кооперации российских высших учебных заведений и организаций, реализующих комплексные проекты по созданию высокотехнологичного производства».

Литература

1. Паранин Ю. А., Хисамеев И. Г. *Математическая модель рабочего процесса спирального компрессора сухого сжатия с учетом теплообмена и упругой деформации спиралей*. Компрессорная техника и пневматика, №5, 2011, С. 16-23.
2. Ибрагимов Е. Р., Хисамеев И. Г., Налимов В. Н., Осипова И. И. *Математическая модель рабочего процесса спирального компрессора сухого сжатия*. Компрессорная техника и пневматика, №4, 2006, С. 29-31.
3. Райков А. А., Саликеев С. И., Бурмистров А.В. *Экспериментально - теоретическое исследование индикаторных диаграмм кулачково-зубчатого вакуумного насоса*. Вестник Казанского технологического университета, Т14, № 15, 2011, С. 210-214.
4. Бурмистров А. В., Райков А. А., Саликеев С. И. *Энергетические характеристики безмасляного кулачково-зубчатого вакуумного насоса*. Вестник Казанского технологического университета, Т.15, № 8, 2012, С.257-258.
5. Тарасов А.М. *Метод расчета технико-экономических параметров роторных компрессоров*. Тр. II Всесоюз. научн. техн. конф. по компрессоростроению, ВНИИ-техмаш, Изд-во Будивельник, Киев, 1970, С. 274 - 280.
6. Ибрагимов Е.Р. *Повышение эффективности спирального компрессора сухого сжатия*. Дис.... канд. техн. наук, Казань, 2009, 136 с.
7. Сакун И.А. *Винтовые компрессоры*. Машиностроение, Ленинград, 1970, 400 с.