

И. М. Якимов, А. П. Кирпичников, А. С. Сытник

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАБОТЫ ГРУЗОПОДЪЕМНЫХ КРАНОВ И ОПТИМИЗАЦИЯ ИХ ОБСЛУЖИВАНИЯ

Ключевые слова: грузоподъемный кран, регистратор параметров ОНК-140, математическая модель, регрессионный анализ, оптимизация, Statistica 8.0, Excel 2010.

Предлагается технология построения математических моделей исследования отказов грузоподъемных кранов и оптимизации их обслуживания на примере башенных кранов с регистраторами состояния крана ОНК-140. Исследование проведено с помощью пакетов прикладных программ: Statistica 8.0 и Excel 2010.

Keywords: Crane, ONK-140 parameters recorder, mathematical simulation, regression analysis, optimization, Statistica 8.0, Excel 2010.

We present mathematical models building technology for researching cranes' failures and their service optimization, for example tower crane with ONK-140 parameters recorder. Research was provided by application suites: Statistica 8.0 and Excel 2010.

Для проведения статистических исследований работы кранов [1], построения математической модели и оптимизации предлагается технология, состоящая из следующих восьми этапов [2-3].

1. Выбор результативного показателя эффективности работы кранов и совокупности влияющих на него производственно-технических факторов и сбор исходных статистических данных (ИСД) по ним.

2. Математическая постановка задач.

3. Вычисление основных статистических характеристик ИСД и оценка их пригодности для исследования.

4. Проверка ИСД на "нормальность".

5. Корреляционный анализ.

6. Построение регрессионной модели работы словившихся кранов.

7. Оценка степени влияния факторов на время поломки крана.

8. Определение оптимальных сроков проведения профилактических работ для работоспособных кранов по их показателям работы.

Далее последовательно рассмотрим все выделенные этапы на примере исследования башенных кранов с регистратором параметров в составе прибора безопасности ОНК-140. Основная задача регистратора – сохранять информацию с целью обеспечения анализа причины, приведшей к поломке или аварии крана. Также важной задачей является анализ истории работы крана, необходимый для определения остаточного ресурса при проведении экспертизы.

1. Для статистических исследований по информации, хранящейся в регистраторе параметров работы башенного крана, в качестве результативного показателя эффективности работы крана (отклика) был выбран счетчик моточасов крана – y . Счетчик моточасов крана регистрирует время эксплуатации крана. В качестве влияющих на него факторов выбраны показатели датчиков крана – x_i , $i = \overline{1, m}$. Этот отклик и факторы представляют со-

бой совокупность переменных – v_j , $j = \overline{1, m+1}$, перечень которых приведен в таблице 1.

Таблица 1

Код	Наименование
x_1	Перемещение по путям (м.)
x_2	Высота подъема крюка крана (м.)
x_3	Усилие крана (кгс/см.)
x_4	Азимут крана (град.)
x_5	Вылет стрелы крана (м.)
x_6	Масса груза крана (т.)
x_7	Загрузка крана (%)
y	Счетчик моточасов крана

По отобранным переменным были собраны ИСД. Фрагмент собранных ИСД для 3-х кранов на время их выхода из работоспособного состояния приведен в таблице 2. Всего были собраны ИСД по 90-та грузоподъемным кранам, вышедшим из работоспособного состояния. Статистические данные для 16-ти работоспособных кранов, собранные на время оценки их состояния, представляются таблицей, аналогичной таблице 2.

Таблица 2

№	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	y
1	12,84	547,77	81,9	1,7	6,55	3,13	67	178,55
2	10,4	701,4	69,5	2,6	8,13	3,74	35	674,76
3	21,23	604,36	50,6	7,9	17,33	4,35	81	777,18

2. Требуется построить математическую модель процесса работы кранов в виде уравнения регрессии

$$y = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7). \quad (1)$$

По математической модели (1) производится постановка оптимизационной задачи, с максимизацией прибыли от работы крана за счёт выбора оптимального срока проведения профилактических

работ - $t_{проф}$ для заданных конкретных значений факторов состояния крана

$$y_i = f(t_{проф}) \rightarrow \max; x_i = \text{const}; i = \overline{1,7}. \quad (2)$$

3. Основные статистические характеристики распределений ИСД сломавшихся кранов приведены в таблице 3

Таблица 3

Код	Среднее значение	Медиана	Стандартное отклонение	Стандартная ошибка среднего	Асимметрия	Экссесс	Отношение статистич. ошиб. к сред. значению
x_1	15,635	14,985	6,674	0,7035	0,270978	-0,65619	0,045
x_2	490,694	531,500	174,225	18,3650	-0,379581	-0,82261	0,037
x_3	125,599	118,890	58,796	6,1976	1,602912	3,54254	0,049
x_4	4,762	4,650	2,819	0,2971	1,401126	4,10729	0,062
x_5	9,956	8,465	5,168	0,5448	0,331130	-1,15981	0,055
x_6	3,978	3,485	2,388	0,2518	0,944576	0,12215	0,063
x_7	75,956	72,000	36,279	3,5373	1,616827	4,58392	0,047
y	2331,785	1616,465	1945,276	205,0501	1,479796	2,29107	0,088

По таблице 3 отметим, что в 4-х случаях из 8-ми, отношение стандартной ошибки к среднему значению не превышает 0,05 и в 4 случаях это отношение лежит в пределах от 0,05 до 0,09 и по этому показателю ИСД вполне пригодны для статистических исследований.

Выбранный основной метод исследования – регрессионный анализ – не накладывает каких-либо ограничений на распределения ИСД, они могут быть произвольными. Вместе с тем использование корреляционного и дисперсионного анализов, введенных в информационную технологию исследования и «усиливающих» степень достоверности её результатов, требует, чтобы распределения ИСД, используемые в исследовании, подчинялись нормальному закону.

Для оценки нормальности распределения сравнивают значения асимметрии, эксцесса и разницы медианы и среднего с удвоенными значениями соответствующих стандартных ошибок. Найдено, что две стандартные ошибки асимметрии равны 0,508064, эксцесса - 1,005872. Результаты вычислений показателей распределений ИСД приведены в таблице 4.

Таблица 4

Код	Разница медианы-среднего	Две стандартные ошибки среднего	Нормальность по медиане	Асимметрия	Нормальность по асимметрии	Экссесс	Нормальность по эксцессу
x_1	-0,65	1,4070	+	0,270978	+	-0,65619	+
x_2	40,806	36,730	-	-0,379581	+	-0,82261	+
x_3	-6,109	12,396	+	1,602912	-	3,54254	-
x_4	-0,112	0,5942	+	1,401126	-	4,10729	-
x_5	-1,491	1,0896	-	0,331130	+	-1,15981	-
x_6	-0,493	0,5036	+	0,944576	+	0,12215	+
x_7	-3,956	7,0746	+	1,616827	-	4,58392	-
y	-715,32	410,15	-	1,479796	-	2,29107	-

По таблице 4 находим, что разница между медианой и средним значением в 5-ти случаях из 8-ми, не превышает две стандартные ошибки. Асимметрия в 4-х случаях из 8-ми не превышает две стандартные ошибки асимметрии. Экссесс в 3-х случаях из 8-ми не превышает две стандартные ошибки эксцесса. Наихудшие результаты получены для факторов x_3 , x_4 и x_7 .

Дополнительно проведём оценку нормальности ИСД по критерию согласия (КС) Колмогорова – Смирнова [4]. Если коэффициент доверия P_k предположению о нормальности эмпирического распределения, который можно найти по статистическим таблицам [4], не меньше 0,20, то предположение о нормальности не отвергается. Если $P_k < 0,20$, то предположение о нормальности рекомендуется отвергнуть.

Соответствие эмпирического и гипотетического распределений можно визуально проследить по графикам. Такие графики строятся и выдаются в специализированных программных процедурах Statistica 8.0 [5], на которые производится ориентация вычислений по излагаемому математическому аппарату. Для примера, на рис. 1 представлен график оценки нормальности фактора x_1 .

В 6-ти случаях из 8-ми распределение ИСД соответствуют нормальному закону по КС Колмогорова-Смирнова, что составляет 75%. Можно надеяться, что с увеличением количества анализируемых кранов результаты по оценке нормальности распределений их ИСД улучшатся.

5. Тесноту связи между переменными принято характеризовать парными коэффициентами линейной корреляции [4].

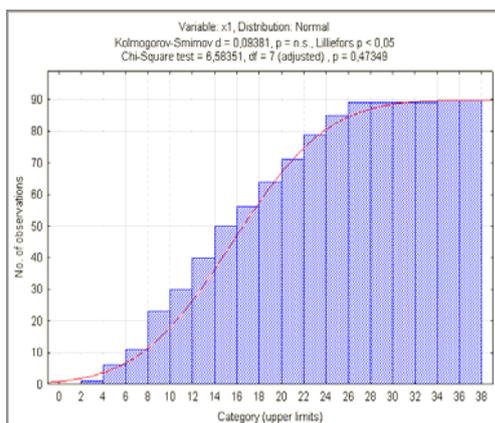


Рис. 1 – Эмпирическая и гипотетическая функции распределения фактора x_1

Критическое значение коэффициента линейной корреляции вычисляется по формуле [6]:

$$r_{крит} = \pm \sqrt{\frac{t_{крит}^2}{t_{крит}^2 + n - 2}}$$

$$= \pm \sqrt{\frac{1,9873^2}{1,9873^2 + 90 - 2}} = \pm 0,207, \quad (3)$$

где $t_{крит} = 1,9873$ – критическое значение критерия Стьюдента для рекомендуемого уровня значимости $\alpha = 0,05$, определяемого по статистическим таблицам при $n - 2 = 90 - 2 = 88$ -ми степенях свободы [7]; $n = 90$ – количество кранов.

Вычисленные значения коэффициентов линейной корреляции между результативным показателем и влияющими на него факторами приведены в таблице 5, в которой существенные значения коэффициентов линейной корреляции, значение которых по абсолютной величине не меньше $r_{крит} \geq 0,2$ выделены заштрихованными клетками.

Таблица 5

Код	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
y	0,36	-0,20	-0,15	0,01	-0,09	-0,08	-0,12

Для наглядности результаты таблицы 5 на рис.2 представлены в виде диаграммы.

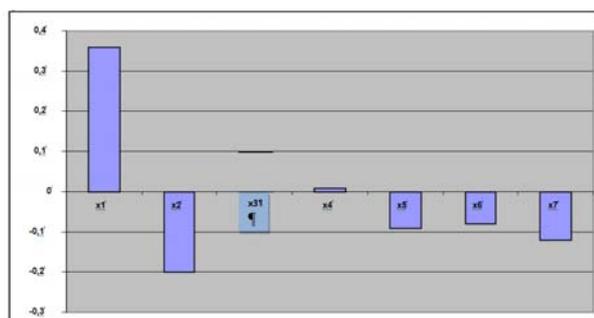


Рис. 2 – Влияние производственно-технических факторов на наработку крана на отказ

По рис.2 отметим, что чем больше x_1 - перемещение по путям, тем больше y – наработка на отказ. Фактор x_4 – имеет очень слабую связь с наработкой на отказ. Все остальные факторы оказывают отрицательное влияние на наработку на отказ, т.е. чем они больше, тем наработка на отказ меньше, что не противоречит здравому смыслу.

6. Нелинейный регрессионный анализ

Для вычисления коэффициентов уравнения регрессии будем использовать метод наименьших квадратов (МНК), который требует, чтобы:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - f(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im}))^2 \rightarrow \min, \quad (4)$$

где y_i – экспериментальное значение результативного показателя для i -го башенного крана;

$f(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im})$ – значение результативного показателя для i -го крана, вычисленное по аппроксимирующей зависимости; n – количество кранов; m – количество факторов.

Наряду с требованием (4) при получении уравнений регрессии требуется, чтобы отношение стандартной ошибки результативного показателя к его среднему значению не превышало 0,1. Уровни значимости коэффициента множественной детерминации и критерия Фишера уравнения регрессии и коэффициентов в уравнении регрессии по критерию Стьюдента не превышали 0,05 [7].

Приведём уравнение регрессии, полученное с помощью стандартной процедуры ППП Statistica 8.0 [5]:

$$y = -2821,96 + 340 \cdot x_1 - 9,41 \cdot x_2 - 20,82 \cdot x_3 - 498,43 \cdot x_4 + 337,82 \cdot x_5 + 472,58 \cdot x_6 + 14,89 \cdot x_7 - 5,97 \cdot x_1^2 + 0,01 \cdot x_2^2 + 0,05 \cdot x_3^2 + 27,44 \cdot x_4^2 - 13,84 \cdot x_5^2 - 21,42 \cdot x_6^2 - 0,03 \cdot x_7^2 \quad (5)$$

7. Оценка степени влияния факторов на наработку на отказ производится по их удельным весам и коэффициентам эластичности, вычисленным по (5). Результаты оценки приведены в таблице 6 и на рис.3.

Таблица 6

Код	Удельный вес	Коэффициент эластичности
x_1	0,097021	0,240411
x_2	0,040614	-0,257399
x_3	0,130564	-0,361245
x_4	0,026845	0,067718
x_5	0,364603	-0,614846
x_6	0,264603	-0,514338
x_7	0,068801	-0,203384

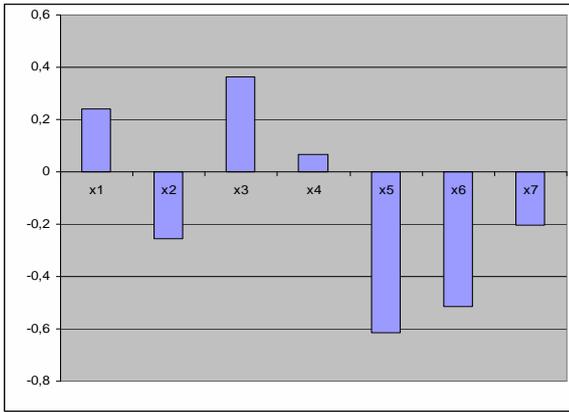


Рис. 3 – Диаграмма влияния факторов на y по коэффициентам эластичности

Характер диаграммы, приведенной на рис.3 в качественном плане аналогичен рис.2, имеются некоторые различия в количественных значениях, что можно объяснить тем, что в отличие от коэффициентов линейной регрессии коэффициенты уравнений регрессии учитывают и взаимное влияния факторов на результативный показатель.

7. Для выбора эффективных управленческих решений подставив в уравнение регрессии (5) известные значения факторов для работоспособных башенных кранов можно вычислить для каждого из них среднее время поломки, например, для первого крана.

$$\begin{aligned}
 y_{omk1} = & -2821,96 + 340 \cdot 17,67 - 9,41 \cdot 529,74 - \\
 & -20,82 \cdot 78,96 - 498,43 \cdot 2,4 + 337,82 \cdot 7,02 + \\
 & + 472,58 \cdot 3,86 + 14,89 \cdot 72 - 5,97 \cdot 312,229 + \\
 & + 0,01 \cdot 280624,5 + 0,05 \cdot 6234,682 + \\
 & + 27,44 \cdot 5,76 - 13,84 \cdot 49,28 - 21,42 \cdot 14,8996 - \\
 & - 0,03 \cdot 5184 = 3548,287.
 \end{aligned} \quad (6)$$

Отметим, что вычисленное значение по (5) представляет собой время, в течении которого вероятность поломки крана равна 0,5.

Будем считать, что время регистрации состояния для первого работающего башенного крана

y_{p1}^* отстоит от среднего значения наработки на отказ $y_{i \in \in 1}$ на $3\sigma_1$ (используем правило 3σ для нормального закона [5]), и вычислим стандартное отклонение времени наработки на отказ:

$$\sigma_1^* = \frac{y_{omk1} - y_{p1}^*}{3} = \frac{3548,287 - 315,07}{3} = 1077,739. \quad (7)$$

Для первого работающего башенного крана вычислим три первых из девяти временных интервалов в диапазоне от $-3\sigma_1$ до $+3\sigma_1$:

$$\begin{aligned}
 t_{11} &= y_{omk1} - 3\sigma_1^* = 3548,287 - 3 \cdot 1077,739 = 315,07. \\
 t_{12} &= y_{omk1} - 2\sigma_1^* = 3548,287 - \\
 & - 2 \cdot 1077,739 = 1392,809. \\
 t_{13} &= y_{omk1} - \sigma_1^* = 3548,287 - 1077,739 = 2470,548.
 \end{aligned} \quad (8)$$

По стандартизированной нормальной функции

$$\begin{aligned}
 \phi_{ij}^*(z) &= \phi_{ij}^* \left(\frac{t_i - j\sigma_i - y_{omki}}{\sigma_i^*} \right). \\
 i &= \overline{1, m}; \quad j = \overline{1, r},
 \end{aligned} \quad (9)$$

где m – количество работоспособных кранов;
 r – количество учитываемых временных интервалов.

Далее находим вероятности отказа крана для трёх первых из девяти временных значениях:

$$\begin{aligned}
 p_{i1} &= \phi_{i1}^* \left(\frac{y_{omki} - 3\sigma_i^* - y_{omki}}{\sigma_i^*} \right) = \phi_{i1}^*(-3) = 0,0014. \\
 p_{i2} &= \phi_{i2}^* \left(\frac{y_{omki} - 2\sigma_i^* - y_{omki}}{\sigma_i^*} \right) = \\
 &= \phi_{i2}^*(-2) = 0,0228.
 \end{aligned} \quad (10)$$

$$p_{i3} = \phi_{i3}^* \left(\frac{y_{omki} - 1\sigma_i^* - y_{omki}}{\sigma_i^*} \right) = \phi_{i3}^*(-1) = 0,1587.$$

Результаты вычислений по (9) и (10) для первого крана по девяти учитываемым интервалам приведены в таблице 7.

Таблица 7

Ин № времен. интервала i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Время нараб. на отказ	$-3\sigma_1$	$-2\sigma_1$	$-1\sigma_1$	$-0,5\sigma_1$	$0\sigma_1$	$+0,5\sigma_1$	$+1\sigma_1$	$+2\sigma_1$	$+3\sigma_1$
Вероятность поломки p_{ij}	0,0014	0,0228	0,1587	0,3085	0,5000	0,6915	0,8413	0,9772	0,9986
Время отсчета t_{ij}	315,07	1392,81	2470,55	3009,4	3548,29	4086,03	4663,76	5241,50	5819,24

Время проведения профилактических работ назначим по результатам оптимизации, сводящейся к максимизации прибыли от работающего крана, до проведения профилактики:

$$\begin{aligned}
 y_1 &= y_2 - y_3 - y_4 = (1 - P_{слом}) \cdot \\
 &\cdot (t_i - t_{нач}) \cdot (C_{полезн} - C_{проф}) - \\
 &- P_{слом} \cdot C_{рем} \rightarrow \max.
 \end{aligned} \quad (11)$$

Фактически прибыль (11) можно разложить на три составляющие.

Доход от работы крана:

$$y_2 = (1 - P_{\text{слом}}) \cdot (t_i - t_{\text{нач}}) \cdot C_{\text{полезн}} \cdot \quad (12)$$

Затраты на профилактику:

$$y_3 = (1 - P_{\text{слом}}) \cdot C_{\text{проф}} \cdot \quad (13)$$

Затраты на ремонт:

$$y_4 = P_{\text{слом}} \cdot C_{\text{рем}} \cdot \quad (14)$$

В математических выражениях (12) – (14) используются следующие стоимостные показатели:

$C_{\text{полезн}} = 700$ руб. – доход от одного часа работы крана;

$C_{\text{проф}} = 24000$ руб. – затраты на одну профилактику крана;

$C_{\text{рем}} = 500000$ руб. – средние затраты на ремонт одного крана.

В качестве примера в таблице 8 и на рис.4 представлены результаты оптимизации для первого работающего крана. При проведении оптимизации использовалась процедура метода касательных ППП Excel 2010.

Таблица 8

№	Время	Вероятность поломки	Доход от работы крана	Затраты на ремонт	Затраты на профилактику	Прибыль
1	315,07	0,0014	220240,231	700	23966,4	195573,831
2	1392,809	0,0228	952737,068	11400	23452,8	917884,268
3	2470,548	0,1587	1454930,423	79350	20191,2	1355389,22
4	3009,418	0,3085	1456708,783	154250	16596	1285862,78
5	3548,287	0,5000	1241900,450	250000	12000	979900,450
6	4087,157	0,6915	882621,554	345750	7404	529467,554
7	4626,026	0,8413	513905,228	420650	3809	89446,428
8	5703,765	0,9772	91032,089	488600	547	-398115,111
9	6781,504	0,9986	6645,874	499300	34	-492687,726

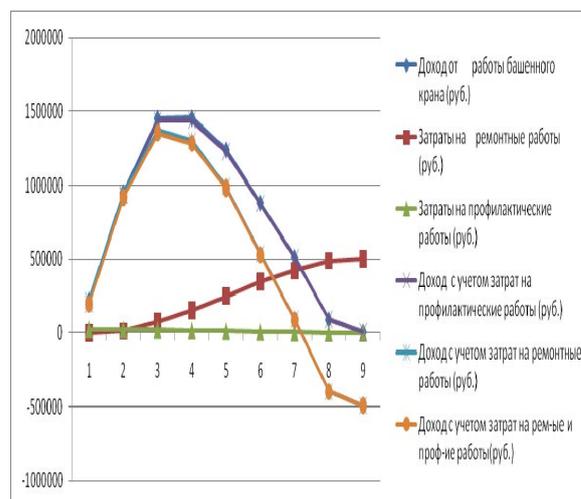


Рис. 4 – График дохода башенного крана (работающего) с учетом профилактических и ремонтных работ

По таблице 8 и рис.4 можно определить наилучший вариант по прибыли, равной 1355389,22 рубля, которая может быть получена при проведении профилактики после его наработки 2470,548 моточасов. Для более точного назначения времени проведения профилактических работ построим нелинейное уравнение регрессии:

$$y_1 = b_0 + b_1 \cdot t + b_{11} \cdot t^2 = -152386 + 1176,611 \cdot t - 0,229225 \cdot t^2 \quad (15)$$

По уравнению регрессии (15) вычислим первую производную (16) и определим оптимальный срок проведения профилактических работ (17):

$$\frac{dy_1}{dt} = b_1 - 2b_{11}t_{\text{онм}} = 0. \quad (16)$$

$$t_{\text{онм}} = \frac{b_1}{2b_{11}} = \frac{1148,518}{2 \cdot 0,223752} = 2566,51. \quad (17)$$

Подставив вычисленное по (17) значение $t_{\text{онм}} = 2566,51$ моточасов в формулу (15) найдём:

$$y_{1\text{онм}} = -152386 + 1176,611 \cdot 2566,51 - 2 \cdot 0,223752 \cdot 2566,51^2 = 1357499,646 \text{ рублей.} \quad (18)$$

Аналогично описанной выше процедуре вычисления оптимального времени проведения профилактических работ, продемонстрированной на первом кране, вычислены оптимальные сроки проведения профилактики ещё для 15-ти работоспособных кранов. Полученные результаты приведены в таблице 9.

Таблица 9

№	$t_{онм}$	$Y_{онм}$	№	$t_{онм}$	$Y_{онм}$
1	2566	1357499,646	9	1381	714193,437
2	1650	872688,552	10	2076	1123068,939
3	1545	810476,099	11	1399	724356,257
4	2738	1513076,353	12	2132	1156278,163
5	2620	1443690,388	13	1356	699523,1
6	2328	1271759,88	14	1627	879332,467
7	2031	1096678,704	15	2333	1274935,283
8	1911	1026454,131	16	2685	1481924,192

Проведенный расчет показал, что оптимальное время выполнения профилактических работ для 16-ти работоспособных кранов меняется от 1356-ти до 2685-ти моточасов и доход от работы крана меняется от 699523-х до 1481924-х руб.

Вопросам построения эффективного бизнес-процесса ремонта и профилактики кранов, а также производственных процессов изготовления и монтажа вентиляционного и сантехнического оборудования посвящены работы [8, 9], вопросы прикладной теории массового обслуживания освещены в работах [10, 11].

В заключение отметим, что ценность предложенной методики статистического исследования обеспечивается соблюдением следующих основополагающих принципов.

1. В качестве показателей состояния башенных кранов используются исходные статистические данные, фиксируемые стандартным регистратором ОНК-140. Предлагаемая технология позволяет сравнительно несложно вводить и другие показатели, например, в случае применения других регистраторов.

2. Математическая модель работы кранов, построенная на основе регрессионного анализа, позволяет оценить степень влияния производственно-технических факторов кранов на их наработку на отказ и оптимизировать процесс выбора времени проведения профилактических работ.

3. Методика, предложенная для построения модели и оптимизации, включает в себя апробированные процедуры обработки статистических дан-

ных, обеспечивающие получение корректных результатов.

4. Применение методики опробовано на реальных данных предприятия по ремонту и профилактике кранов ООО ПИУЦ ЛУН.

Выявленные на рассмотренном примере некоторые нежелательные эффекты, в частности, не все производственно-технические показатели удовлетворяют принципу «нормальности», не все коэффициенты линейной корреляции результативного показателя с факторами преодолевают уровень существенности, не все показатели качества полученного уравнения регрессии, укладываются в регламентируемые значения. Наличие указанных недостатков можно объяснить сравнительно небольшим объемом имеющихся ИСД и при его увеличении эти недостатки будут устранены.

Литература

1. М.П. Александров, *Подъемно-транспортные машины*. М., Высшая школа, 1985. 520 с.
2. В.В. Мокшин, И.М. Якимов, *Информационные технологии*, 5, С. 46-51 (2011).
3. В.В. Мокшин, И.М. Якимов, Р.М. Юльметьев, А.В. Мокшин, *Нелинейный мир*, 7, 1, С. 66-76 (2009).
4. Е.С. Вентцель, *Теория вероятностей*. М., Высшая школа, 1998. 576 с.
5. В.П. Боровиков, И.П. Боровиков, *STATISTICA – Статистический анализ и обработка данных в среде WINDOWS*. М., Информационно-издательский дом «Филин», 1997. 608 с.
6. И.М. Якимов. *Компьютерное моделирование*. Казань, Изд-во Казан. гос. технич. ун-та, 2008. 220с.
7. И.Н. Елисеева, М.М. Юзбашев, *Общая теория статистики*. М., Финансы и статистика, 1995. 368с.
8. М.А. Степанова, С.А. Сытник, А.П. Кирпичников, В.В. Мокшин, *Вестник Казан. технол. ун-та*, 16, 20, С. 309-314 (2013).
9. И.М. Якимов, А.П. Кирпичников, *Вестник Казан. технол. ун-та*, 16, 20, С. 295-302 (2013).
10. А.П. Кирпичников, *Прикладная теория массового обслуживания*. Казань, Изд-во Казанского гос. ун-та, 2008. 112 с.
11. А.П. Кирпичников, *Методы прикладной теории массового обслуживания*. Казань, Изд-во Казанского университета, 2011. 200 с.

© **И. М. Якимов** – канд. техн. наук, проф. каф. автоматизированных систем и обработки информации и управления КНИТУ им. А.Н. Туполева; **А. П. Кирпичников** – д-р физ.-мат. наук, зав. каф. интеллектуальных систем и управления информационными ресурсами КНИТУ, kirpichnikov@kstu.ru; **А. С. Сытник** - канд. техн. наук, директор ООО ПИУЦ ЛУН, as.sytник@gmail.com.