ГИДРОДИНАМИКА, ТЕПЛО- И МАССООБМЕННЫЕ ПРОЦЕССЫ, ЭНЕРГЕТИКА

УДК 674.04

В. И. Петров, В. В. Степанов, М. В. Хузеев, Э. Р. Хайруллина

ВЛИЯНИЕ СОСТАВА НА КАЧЕСТВЕННЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ ДРЕВЕСНО-НАПОЛНЕННОГО ТЕПЛОИЗОЛЯЦИОННОГО МАТЕРИАЛА

Ключевые слова: древесно-наполненный теплоизоляционный материал, рациональный состав материала.

Дано описание математического описания, позволяющего прогнозировать теплоизоляционные показатели в зависимости от доли древесного наполнителя и доли технической пены.

Keywords: wood-filled with the insulating material, a rational composition of the material.

The description is given of the mathematical description, which allows to predict thermal insulation performance depending on the share of wood filler and share technical foam.

В настоящее время в связи с активным развитием малоэтажного домостроения возрастает спрос на теплоизоляционные материалы. Особый интерес представляют те из них, которые обладают низкой теплопроводностью и в то же время оптимальными величинами механической прочности, гигроскопичности и паропроницаемости. Большой интерес представляют плиты, определенной толщины, которые способны удерживать форму, позволяют избежать слеживания и оседания и в связи с этим будут удобны в строительстве [1].

Влияние состава определяется путем математического моделирования теплоизоляционных свойств разработанного материала, которое осуществляется методом полного факторного эксперимента.

Цель моделирования: прогнозирование теплофизических показателей материала.

Формулировка научно-технической задачи заключается в следующем. Моделировалась зависимость коэффициента теплопроводности материала λ, *Вт/мК*, от доли содержания древесного наполнителя $\delta_Д$, %, и доли содержания технической пены $\delta_П$, %, при условиях определения коэффициента теплопроводности по ГОСТ7076-99.

Математическая формулировка задачи включает:

а) переменные факторы и диапазоны их варьирования:

- доля содержания древесного наполнителя $\delta_Д \equiv x_1$ и доля содержания технической пены $\delta_П \equiv x_2$;

- варьируемые диапазоны переменных факторов установлены в следующих пределах: содержание древесного наполнителя $30 \le \delta_Д \le 60$ %; для технической пены $2 \le \delta_П \le 4$ %.

б) оценочные показатели:

- коэффициента теплопроводности материала λ, Вт/мК.

Определение уровней и интервалов варьирования факторов заключается в следующем. Верхние и нижние уровни факторов, соответственно минимальные и максимальные значения для их натуральных величин и соответственно равняются:

$$x_{1min} = 30\ \%;\ x_{1max} = 60\ \%;$$
$$x_{2min} = 2\ \%;\ x_{2max} = 4\ \%.$$

Основной уровень фактора x_{i0} определяется по формуле:

$$x_{i0} = (x_{imin} + x_{imax}) / 2. \tag{1}$$
$$x_{10} = (30 + 60) / 2 = 45\ \%;\ x_{20} = (2 + 4) / 2 = 3\ \%.$$

Интервалы варьирования факторов рассчитываются по выражению:

$$\Delta x_i = x_{imax} - x_{i0} = x_{i0} - x_{imin}. \tag{2}$$
$$\Delta x_1 = 60 - 45 = 45 - 30 = 15\ \%;$$
$$\Delta x_2 = 4 - 3 = 3 - 2 = 1\ \%.$$

После определения интервалов варьирования факторов необходимо перейти от натуральных значений факторов к нормализованным (кодированным) значениям $\tilde{x}_i$:

$$\tilde{x}_i = (x_i - x_{i0}) / \Delta x_i. \tag{3}$$
$$\tilde{x}_{1max} = (60 - 45) / 15 = +1;$$
$$\tilde{x}_{1min} = (30 - 45) / 15 = -1;$$
$$\tilde{x}_{10} = (45 - 45) / 15 = 0;$$
$$\tilde{x}_{2max} = (4 - 3) / 1 = +1;$$
$$\tilde{x}_{2min} = (2 - 3) / 1 = -1;$$
$$\tilde{x}_{20} = (3 - 3) / 1 = 0.$$

Составление матрицы планирования полного факторного эксперимента типа ПФЭ 2^K заключатся в следующем. План полного факторного эксперимента является план, в котором факторы варьируются на двух уровнях, а все возможные комбинации этих уровней встречаются одинаковое количество раз. В планировании эксперимента используются нормализованные значения факторов. Условия эксперимента представлены в виде матрицы планирования эксперимента.

Для случая K переменных факторов и при их варьировании только на двух (нижнем и верхнем) уровнях число опытов N для всех возможных сочетаний уровней факторов определяют по формуле:

$$N = 2^K. \tag{4}$$

На основании изложенного, матрица плана полного факторного эксперимента, в явном виде, представлена в таблице 1.

Таблица 1

Номер опыта	Значение факторов		Нормализованные значения факторов		Значение выходной величины, y
	$\tilde{x}_1$, %	$\tilde{x}_2$, $кг/м^3$	x_1	x_2	
1	30	2	-1	-1	y_1
2	60	2	+1	-1	y_2
3	30	4	-1	+1	y_3
4	60	4	+1	+1	y_4

Построение математической модели заключается в следующем. Матрица планирования полного факторного эксперимента ПФЭ 2^K позволяет представить зависимость между выходной величиной и переменными факторами в виде математической зависимости, которая называется уравнением регрессии. Уравнение регрессии чаще всего записывается отрезком степенного ряда – алгебраическим полиномом:

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^{N} b_i x_i + \sum_{i<j}^{N} b_{ij} x_i x_j , \qquad (5)$$

где $\hat{y}$ – расчетное значение выходной величины; b_0, b_i, b_{ij} – коэффициенты регрессии, определяемые по результатам эксперимента, $i, j = 1, 2, \ldots, k$ ($i \neq j$, $i<j$). В данном случае выражение (5) примет вид:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2.$$

Общий анализ математической модели включает оценку влияния знака при коэффициентах b_0, b_1, b_2, b_{12} на значение выходной величины $\hat{y}$ и относительной значимости факторов по абсолютной величине коэффициентов.

Для составления предварительно выбранного уравнения регрессии необходимо определить коэффициенты регрессии, численное значение которых вычисляется по уравнению:

$$b_i = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_{ij} y_i}{N} , \qquad (6)$$

где для вычисления коэффициента регрессии необходимо вектор-столбец кодированных значений соответствующего фактора умножить на соответствующие значения выходной величины и их алгебраическую сумму разделить на количество серий опытов.

Значение коэффициента b_0 определяется по формуле:

$$b_0 = \frac{\sum_{i=1}^{N} y_i}{N} . \qquad (7)$$

Для облегчения унификации расчетов коэффициентов регрессии с учетом эффектов взаимодействия строится расширенная расчетная матрица планирования, представленная в таблице 2.

Таблица 2

Номер серии (опыта)	x_0	x_1	x_2	$x_3 = x_1 x_2$	y_i
1	+1	-1	-1	+1	y_1
2	+1	+1	-1	-1	y_2
3	+1	-1	+1	-1	y_3
4	+1	+1	+1	+1	y_4

Формулы (6) и (7) с учетом кодированных значений факторов для плана ПФЭ 2^K с двумя факторами примут следующий вид:

$$b_0 = \frac{\sum_{i=1}^{N} y_i}{N} = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + y_4}{4} , \qquad (8)$$

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^{N} \tilde{x}_{1i} y_i}{N} = \frac{(-1)y_1 + (+1)y_2 + (-1)y_3 + (+1)y_4}{4} = \frac{-y_1 + y_2 - y_3 + y_4}{4} \qquad (9)$$

$$b_2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} \tilde{x}_{2i} y_i}{N} = \frac{(-1)y_1 + (-1)y_2 + (+1)y_3 + (+1)y_4}{4} = \frac{-y_1 - y_2 + y_3 + y_4}{4} ; \qquad (10)$$

$$b_{12} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_{1i} \tilde{x}_{2i} y_i}{N} = \frac{(+1)y_1 + (-1)y_2 + (-1)y_3 + (+1)y_4}{4} = \frac{y_1 - y_2 - y_3 + y_4}{4} . \qquad (11)$$

После выбора вида математической модели и построения матрицы планировании необходимо перейти к ее реализации.

Первоначально необходимо проведение эксперимента с равномерным дублированием опытов. Эксперимент с дублированными опытами – это такой эксперимент, когда каждый опыт полного факторного эксперимента повторяется (дублируется) некоторое число раз. Например, эксперимент содержит N серий опытов ($N = 2^K$), где каждая серия состоит из n опытов, проводимых в одинаковых условиях. Тогда общее количество опытов с учетом дублирования равно $N\,n$.

Среднее арифметическое дублированных опытов i-й серии y_i будет равно:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_{ij}}{n} = \frac{y_{i1} + y_{i2} + \ldots + y_{in}}{n} . \qquad (12)$$

Дублирование опытов позволяет повысить точность определения выходной величины, снизить влияние на точность систематических и случайных ошибок.

Для исключения систематических ошибок, вызванных воздействием неконтролируемых факторов при постановке опытов, запланированных матрицей, их необходимо рандомизировать во времени.

При имитационном планировании рандомизация достигается выбором относительной погрешности и значением случайного числа, в соответствии с таблицей случайных чисел проводится имитационный эксперимент. В эксперименте относительную погрешность принимать $\varepsilon \leq 0{,}01$. Это связано с тем, что совместное влияние ε и случайных чисел на значение y_{ij} может значительно превышать принятую в деревообработке погрешность $\varepsilon = 0{,}05$. Это может привести к затруднениям при обработке результатов эксперимента.

Математическая модель составляется согласно рассчитанным коэффициентам регрессии:

$$\hat{y} = 0{,}2314 - 0{,}0022\tilde{x}_1 - 0{,}0171\tilde{x}_2 + 0{,}00002\tilde{x}_1^2 + 0{,}002\tilde{x}_2^2 - 0{,}0003\tilde{x}_1\tilde{x}_2 \qquad (13)$$

Преобразование регрессионного уравнения(13) из кодированного вида в натуральный вид осуществляется путем подставления в модель $\tilde{x}_1 = \frac{x_1 + 45}{15}$ и $\tilde{x}_2 = \frac{x_2 + 3}{1}$, тогда математическая модель примет вид:

$$\hat{y} = 0{,}2314 - 0{,}0022\frac{x_1+45}{15} - 0{,}0171\frac{x_2+3}{1} + 0{,}00002\left(\frac{x_1+45}{15}\right)^2 + 0{,}002\left(\frac{x_2+3}{1}\right)^2 - 0{,}0003\frac{x_1+45}{15} * \frac{x_2+3}{1}$$

В результате получаем математическую модель в виде уравнение регрессии в натуральных значениях переменных факторов:

$$\lambda = 0{,}189 - 0{,}0019\delta_Д - 0{,}006\delta_П + 0{,}00002\delta_Д^2 + 0{,}002\delta_П^2 - 0{,}0003\delta_Д\,\delta_П.$$

Обработка полученных результатов испытаний осуществляется путем интерпретации математической зависимости. Определяется, значимость переменных факторов на выходной показатель согласно значению и знаку коэффициентов регрессии уравнения. Совокупность переменных факторов в ряде по силе их влияния на выходную величину оценивается для определения факторов, не имеющих влияния.

Поверхность отклика функции от переменных представлена на рис. 1.

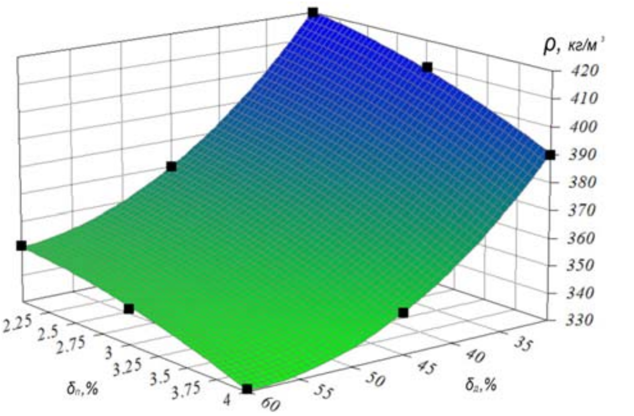

Рис. 1 - Зависимость теплопроводности от доли древесного наполнителя и доли технической пены

Адекватная модель, разработанная по рассмотренной зависимости, выражена уравнением регрессии второй степени. Максимальную значимость на выходной параметр (плотность определяемая по ГОСТ 16381-77) оказывает содержание древесного наполнителя (фактор $\tilde{x}_1$), имеющий наибольшее значение коэффициента. При увеличении $\tilde{x}_1$ значение плотности снижается и при увеличении значения фактора $\tilde{x}_2$ (доли содержания технической пены) плотность также снижается.

Литература

1. Горлов Ю.П. Технология теплоизоляционных материалов / Ю.П. Горлов. – Москва: Стройиздат, 1980. – 396 с.
2. Сафин Р.Г Использование отходов лесозаготовок и деревообработки для производства теплоизоляционных материалов / Р.Г Сафин, В.И Петров, Г.И. Игнатьева, В.В. Степанов, Р.А. Халитов // Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики - 2012,№3-4. – 100-108 с
3. Ганапольский, С.Г. Методы и средства научных исследований / С.Г. Ганапольский, О.В. Юрова // Сыктывкар : СЛИ, 2013. – 60 с.

© **В. И. Петров –** д-р техн. наук, проф. каф. оборудования химических заводов КГИТУ; **В. В. Степанов –** асс. каф. переработки древесных материалов КНИТУ, vlad200719@mail.ru; **М. В. Хузеев –** д-р техн. наук, проф. каф. химии и технологии высокомолекулярных соединений КНИТУ; **Э. Р. Хайруллина –** студ. каф. переработки древесных материалов КНИТУ.