

А. Г. Сорокин, Н. И. Горбачевский, Л. Х. Мифтахова

МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ И ТЕПЛОВЫХ ПОЛЕЙ СИСТЕМЫ ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА ДЛЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ КОМПЛЕКСОВ ПРОИЗВОДСТВА ПЛАСТМАССЫ

Ключевые слова: производство пластмассы, литьевая машина, электротепловая модель, методы моделирования.

Проведен анализ методов моделирования электромагнитных и тепловых полей. С помощью метода конечных элементов реализованного программно смоделирована электротепловая модель системы индукционного нагрева для производства пластмассы методом литья и исследованы электромагнитные и тепловые поля. Приведены результаты расчета на численной модели. Представленная математическая модель системы индукционного нагрева может быть использована при проектировании технологических комплексов производства пластмассы.

Keywords: manufacture of plastic, injection molding machine, electricity model, simulation methods.

The analysis methods for modeling of electromagnetic and thermal fields. Using the finite element method is implemented programmatically modeled Electricity model induction heating system for the production of plastics molding and studied electromagnetic and thermal fields. The results based on the numerical model. Presented a mathematical model of the induction heating system can be used in the design of technological systems of production of plastic.

В последнее время постоянно растущий уровень мировой экономики в серьезной степени зависит от уровня развития производства и применения полимерных материалов. Поэтому изделия из пластмассы, находят широкое применение в таких отраслях промышленности как, автомобильная, аэрокосмическая, судоходная, электротехническая, строительная.

Основными методами переработки полимеров являются литье под давлением, каландрование и экструзия. При литье под давлением, которое является одним из ведущих методов переработки полимеров, наблюдается лишь течение материала без изменений его физических и химических свойств. Это относится также и к таким методам, как формование изделий из листовых материалов, экструзия и смешение расплавов полимеров.

Высокие конкурентные требования к качеству готовой продукции делают актуальной проблему создания надежных, высокоэффективных и энергосберегающих установок для нагрева полимерных материалов. Однако использование существующих различных видов нагрева показывает, что они оказываются неэкономичными, малопродуктивными в силу большой тепловой инерции процесса и сдерживают рост производительности технологической линии.

Наиболее интенсивной, экономичной и энергоэффективной является система обогрева индукционными нагревателями. Моделирование и дальнейшее проектирование индукционных систем косвенного действия, направлено на создание температурного поля, равномерно распределенное по объему нагреваемого полимерного материала, что позволит повысить эффективность технологии производства изделий из пластмассы.

Определение процесса индукционного нагрева при производстве пластмассы в теплообменном аппарате с целью получения точных значений температуры в нагреваемом продукте является

сложной задачей. Это обусловлено неоднородностью сред, а также сложностью конструкции. Создание индукционной нагревательной установки для производства изделий из пластмассы удовлетворяющей предъявленным требованиям, влечет необходимость построения математической модели электромагнитных и тепловых полей. На основании этой математической модели провести анализ процессов теплообмена в системе «индуктор – металл – полимерный материал».

Основным управляющим воздействием в установках индукционного нагрева являются распределенные по объему нагреваемого изделия внутренние источники тепла, индуцированные электромагнитным полем индуктора. Характер распределения вихревых токов зависит от многих факторов, обусловленных электро и теплофизическими свойствами материала, частотой источника питания, температурой нагрева и др. Нагрев немагнитных материалов сопровождается существенным изменением удельного сопротивления в процессе нагрева. Индукционный нагрев ферромагнитных материалов, кроме того, характеризуется существенным изменением магнитной проницаемости металла, соответственно, глубины проникновения. К тому же, как известно из многочисленных источников, даже для тел правильной цилиндрической формы, характерно наличие существенных краевых эффектов в распределении напряженности магнитного поля, которые в конечном итоге оказывают влияние на характер распределения внутренних источников тепла. Следовательно, для анализа динамических свойств объекта управления, синтеза высокоточных систем регулирования температуры необходимо знать зависимость характера, распределения внутренних источников тепла в металле в процессе нагрева.

Для составления целостной картины изменения характера распределения плотности тока и мощности в цилиндре пластикации и шнеке в процессе нагрева и возможности аналитического описания

функции распределения внутренних источников тепла требуется последовательное решение электромагнитной и тепловой задач. Разделение во времени процедур расчета электромагнитного поля и теплового поля объясняется разной инерционностью этих процессов. Поэтому электромагнитная задача может быть сформулирована как квазистационарная, а тепловая имеет в дифференциальном уравнении временную производную первого порядка. Все это позволяет создать полностью или частично независимые процедуры расчетов электромагнитных и тепловых полей.

Для того чтобы успешно решить указанные задачи требуется разработка численных методов, качественная реализация их в виде программных средств, обеспечение диалогового общения пользователя с ЭВМ, так как аналитические методы имеют жесткие ограничения по области применения и используются обычно для геометрически простых систем или частей сложной системы, как правило, в линейной постановке. Такая технология исследований с широким применением цифровых моделей и ЭВМ получила название вычислительного эксперимента.

Вычислительный эксперимент отличается от натурального эксперимента объемом и качеством информации. В вычислительном эксперименте объем получаемой информации не ограничивается числом датчиков и их быстродействием. Оказываются возможными вычислительные эксперименты в очень широком диапазоне конструктивных параметров и режимов работы устройств, включая аварийные. Изменение физических свойств материалов, геометрических размеров позволяет проследить всю возможную номенклатуру. Важной особенностью вычислительного эксперимента является повторяемость результатов, отсутствие случайной ошибки, связанной с действием неучтенных факторов.

Имеются также численные методы. Из численных методов наибольшее распространение получил метод конечных разностей. Обладая такими достоинствами, как трехдиагональный характер матрицы жесткости, малый объем памяти, в случае применения процедур для ленточных матриц, быстрое время счета, высокая устойчивость вычислительного процесса, метод конечных разностей все же не позволяет описать объект сложной формы. Метод граничных элементов, сочетая достоинства аналитических и численных методов, позволяет легко описать объект любой формы, обладает высокой устойчивостью за счет малой ширины ленты матрицы жесткости, более точно описывает распределение температур при небольшом числе элементов по сравнению с методом конечных разностей. Метод конечных элементов позволяет за счет большего числа элементов по сравнению с методом граничных элементов решить и нелинейную задачу для тел сложной формы. Применение специальных процедур для ленточных матриц позволяет снизить объем памяти. Недостатком является лишь снижение устойчивости вычислительного процесса, что требует в некоторых случаях принятия необходимых мер, в частности уменьшения шага по времени.

По причине неограниченных возможностей

метода конечных элементов по описанию сложной геометрии исследуемых объектов и учету существующих нелинейностей при анализе полевых задач, универсальность формы построения вычислительных алгоритмов позволяют отдать ему предпочтение по сравнению с другими численными методами.

Профессиональные программы (Femlab, Elcut, LS-DYNA, Maxwell, Nastran, Ansys, Cedrat Flux,) созданные на базе теоретических разработок позволяют решать задачи моделирования в различных областях знания и служат мощным инструментом при оптимальном проектировании систем нагрева с помощью встроенных или внешних алгоритмов оптимизации. Сочетание численных методов расчета и поисковых процедур оптимизации дает возможность решать различные задачи проектирования.

Модели, которые учитывают взаимное влияние электромагнитного и температурного полей в процессе нагрева называются электротепловыми рис. 1. Такие модели дают исчерпывающую характеристику индукционного устройства с точки зрения потребления энергии от внешнего источника питания и выделения ее в нагрузку.

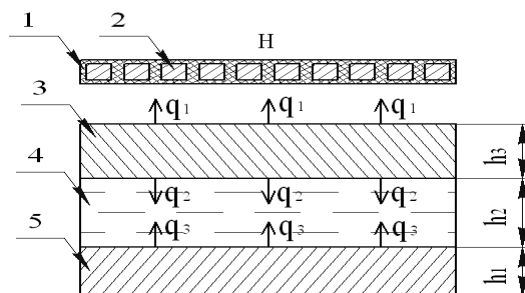


Рис. 1 - Электротепловая задача: 1 - изоляция витков индуктора, 2 - индуктор, 3 - стенка цилиндра пластикация, 4 - слой полимерного материала, 5 - шнек

Здесь q_1 - тепловой поток от стенки цилиндра пластикация в окружающую среду, q_2 - тепловой поток от стенки цилиндра пластикация в полимерный материал, q_3 - тепловой поток от шнека в полимерный материал, h_1 - радиус шнека, h_2 - толщина слоя полимерного материала, h_3 - толщина стенки цилиндра пластикация.

В общем случае процесс индукционного нагрева описывается нелинейными уравнениями Максвелла для электромагнитного поля с соответствующими краевыми условиями [1, 2]:

$$\operatorname{rot} \dot{H} = \frac{1}{\rho} E + \frac{\partial D}{\partial t}; \operatorname{rot} \dot{E} = -\frac{\partial B}{\partial t}; \operatorname{div} \dot{H} = 0; \operatorname{div} \dot{E} = 0 \quad (1)$$

Здесь \dot{H} , \dot{B} , \dot{E} , \dot{D} - векторы напряженности и индукции магнитного и электрического полей.

Исходная постановка нелинейной электромагнитной задачи выражается через векторный потенциал общим уравнением Пуассона в двумерной области [1, 2]:

$$\operatorname{rot} \left(\frac{1}{\mu_a} \operatorname{rot} \dot{A} \right) + \gamma \frac{\partial \dot{H}}{\partial t} = \dot{J}_0; \operatorname{rot} \dot{A} = \dot{B}; \operatorname{div} \dot{A} = 0 \quad (2)$$

Здесь \dot{A} - векторный потенциал, μ_a - абсолютная магнитная проницаемость среды, \dot{J} - удельная электрическая проводимость.

Принимая во внимание осевую симметрию и квазистационарность исследуемого поля, уравнение (2) может быть представлено для комплексной амплитуды векторного потенциала в виде:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{\mu_a(r, z)} \cdot \frac{\partial \dot{A}(r, z)}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{\mu_a(r, z)} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial r \dot{A}(r, z)}{\partial z} \right] -$$

$$- j\omega\gamma \dot{A}(r, z) - \dot{J}_0(r, z) = 0$$

В качестве граничных условий для определенности задачи примем наиболее общие условия - равенство нулю векторного потенциала на границе расчетной области, находящейся в бесконечности. В реальной ситуации граница области должна быть достаточно удалена от источников тока, где магнитная энергия поля действительно спадает до нуля. В плоскостях геометрической симметрии полагается перпендикулярность линий потока этим плоскостям:

$$\dot{A} \Big|_{S_1 \in S} = 0; \quad \frac{\partial \dot{A}}{\partial n} \Big|_{S_2 \in S} = 0 \quad (4)$$

Здесь: S_1 — удаленная граница области Q . S_2 — граница плоскостей симметрии.

Последующая идеология расчета основывается на вариационных принципах, когда решение краевой задачи ищется путем минимизации нелинейного функционала, выражающего энергию электромагнитного поля [1, 2]:

$$F(\dot{A}) = \frac{1}{2} \iint_Q \left[\frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{\mu_a} \cdot \frac{\partial \dot{A}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu_a r} \right) \frac{\partial r \dot{A}}{\partial r} \right] dr dx +$$

$$+ \frac{1}{2} \iint_Q j\omega\gamma |\dot{A}|^2 dr dx + \frac{1}{2} \iint_Q \dot{J}_0 \dot{A} dr dx \quad (5)$$

Указанная постановка задачи охватывает самые общие электромагнитные явления и позволяет рассчитывать практически весь класс устройств индукционного нагрева, который может быть математически описан двумерным уравнением Пуассона.

Автоматическое построение сетки конечных элементов произведено с помощью пакета EL-CUT 5.2 и FEMLAB, которые учитывают специфику поставленной задачи и предварительно группирует в области отдельные сегменты, форма которых глобально отображает конфигурацию исследуемой системы.

Следующим этапом исследования является разработка математической модели тепловых процессов в сложной физически неоднородной среде. Характер распределения и удельная плотность мощности внутренних источников тепла определены в результате решения электромагнитной задачи. По причине того, что по длине индуктора не происходит значимых изменений электрических параметров системы, необходимо рассматривать задачу в

двумерной постановке. Поэтому математическая формулировка задачи приводится к системе линейных дифференциальных уравнений нестационарной теплопроводности [3]:

$$\frac{\partial T_1(r, x, t)}{\partial t} = a_1 \left[\frac{\partial^2 T_1(r, x, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_1(r, x, t)}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_1(r, x, t)}{\partial x^2} \right] +$$

$$+ \frac{W(r, x, t)}{c\gamma} \quad (5)$$

$$\frac{\partial T_2(r, x, t)}{\partial t} = a_2 \left[\frac{\partial^2 T_2(r, x, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_2(r, x, t)}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_2(r, x, t)}{\partial x^2} \right] \quad (6)$$

$$\frac{\partial T_3(r, x, t)}{\partial t} = a_3 \left[\frac{\partial^2 T_3(r, x, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_3(r, x, t)}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_3(r, x, t)}{\partial x^2} \right] +$$

$$+ \frac{W(r, x, t)}{c\gamma} \quad (7)$$

Здесь $T_1(r, x, t)$ - температура стенки цилиндра пластикации, $T_2(r, x, t)$ - температура полимера, $T_3(r, x, t)$ - температура шнека, r и x - радиальная и аксиальная координаты, t - время процесса, γ - плотность материала цилиндра и шнека, c - удельная теплоемкость цилиндра и шнека, $W(r, x, t)$ - функция распределения внутренних источников тепла, полученных в результате решения электромагнитной задачи, a_1 - коэффициент теплопроводности цилиндра пластикации, a_2 - коэффициент теплопроводности полимера, a_3 - коэффициент теплопроводности шнека.

Граничные и начальные условия имеют вид:

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1(r, x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = \alpha_1 [T_1(r, 0, t) - T_C(r, 0, t)]$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1(r, x, t)}{\partial r} \Big|_{r=r_1} = \alpha_1 [T_1(r_1, x, t) - T_C(r_1, x, t)]$$

$$\frac{\partial T_3(r, x, t)}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1(r, x, t)}{\partial x} \Big|_{x=X} = \alpha_2 [T_1(r, X, t) - T_C(r, X, t)]$$

$$T_1(r, X, 0) = T_{10}$$

$$\lambda_3 \frac{\partial T_3(r, x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = \alpha_3 [T_3(r, 0, t) - T_C(r, 0, t)]$$

$$T_2[r, x, t]_{x=0} = T_{20}(r, t) \quad (8)$$

$$\lambda_3 \frac{\partial T_3(r, x, t)}{\partial x} \Big|_{x=X} = \alpha_4 [T_3(r, X, t) - T_C(r, X, t)]$$

$$T_2(r, X, 0) = T_{20}(r, X)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1(r, x, t)}{\partial r} \Big|_{r=R_2} = \lambda_2 \frac{\partial T_2(r, x, t)}{\partial r} \Big|_{r=R_2}$$

$$T_1(R_2, x, t) = T_2(R_2, x, t)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial T_2(r, x, t)}{\partial r} \Big|_{r=R_3} = \lambda_2 \frac{\partial T_3(r, x, t)}{\partial r} \Big|_{r=R_3}$$

$$T_2(R_3, x, t) = T_3(R_3, x, t)$$

Здесь λ_1 - коэффициент теплопроводности цилиндра пластикации, λ_2 - коэффициент теплопроводности

полимера, λ_3 - коэффициент теплопроводности шнека, α - коэффициент теплообмена.

Решение тепловой задачи выполним, используя первый закон термодинамики записанный в виде дифференциальных уравнений для объемных тел:

$$\gamma c \left[\frac{\partial T}{\partial t} + (v)^T (L) T \right] + (L)^T (q) = \ddot{q} \quad (9)$$

Здесь \ddot{q} - скорость образования тепла в конечном объеме, (q) - вектор теплового потока; $(L)^T$ - векторный оператор, (v) - вектор, характеризующий скорость переноса тепла.

Связь между вектором теплового потока и температурным градиентом устанавливается по закону Фурье[3]:

$$(q) = -[D](L) T \quad (10)$$

Объединение двух последних уравнений дает уравнение вида:

$$\gamma c \left[\frac{\partial T}{\partial t} + (v)^T (L) T \right] + = (L)^T ([D](L) T) + \ddot{q} \quad (11)$$

В ходе моделирования получены решения электромагнитной задачи, которые представлены на рис. 2, 3, из которых видно, что нагрев полимерного материала осуществляется от цилиндра пластикации и шнека, а удельная объемная мощность по сечению максимальна на поверхности цилиндра и шнека и уменьшается по мере проникновения вглубь.

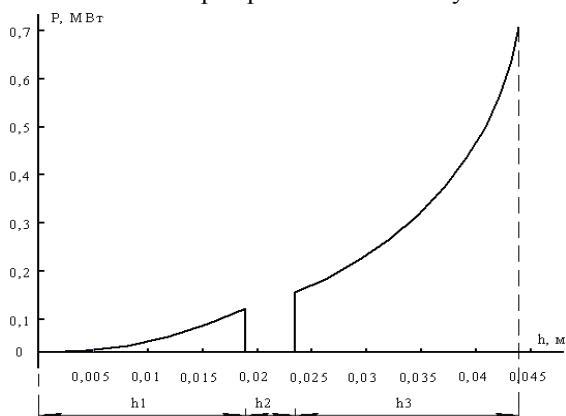


Рис. 2 - Распределение удельной объемной мощности по сечению объекта нагрева

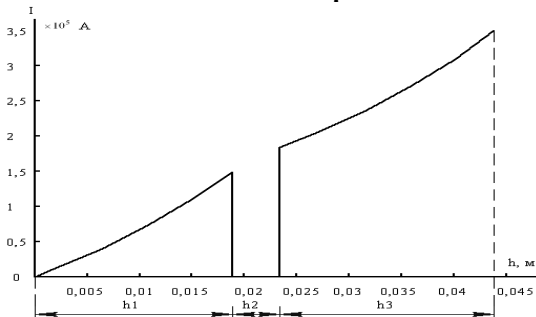


Рис. 3 - Распределение плотности тока по сечению объекта нагрева

При найденных параметрах индукционного нагревателя температурное распределение в полимерном материале достигает заданного значения. Погрешность в стационарном режиме составляет 3°C что полностью удовлетворяет технологии производства пластмассы методом литья. На основе решения электротепловой задачи проведен поиск конструкции и алгоритма управления определил, что наиболее рациональной является конструкция однослойного цилиндрического индуктора, который выполнен медным проводом ПОЖ 6,3 × 2. Рабочая температура до 600°C с никелированной медной жилой и двумя слоями стекловолкна с пропиткой органосиликатным составом. Число витков индуктора – 110, полная мощность индуктора 20кВт, напряжение 220В. Внешний диаметр цилиндра – 0,088м. Внутренний диаметр цилиндра - 0,046м. Толщина стенки цилиндра - 0,021м. Диаметр шнека – 0,036м. Толщина слоя полимерного материала – 0,005м. Работа данной установки осуществляется посредством программного управления, при котором обеспечивается заданная точность и минимум времени нагрева.

Литература

1. Бернхардт Э. Переработка термопластичных материалов. М., Госхимиздат, 1962. – 747с.
2. Бутковский А.Г. Структурная теория распределенных систем. – М.: Наука, 1977. – 320 с.
3. Слухоцкий А.Е., Немков В.С. Установки индукционного нагрева -Л.: Энергоиздат, 1981. – 328 с.
4. Исследование электромагнитных и тепловых полей в технологической установке для производства пластмассы. //Л.С. Зимин// Вестн. Самар. Гос. Техн. Ун-та. Сер. Техн. Науки. – 2007. Вып. №1(19) – с. 131-135.
5. Сорокин А.Г. Идентификация математической модели системы индукционного нагрева при производстве пластмассы методом литья //Л.С. Зимин// Вестн. Самар. Гос. Техн. Ун-та. Сер. Техн. Науки. – 2012. Вып. №4(36) – с. 163-168.
6. Тумаева Е.В. Подобие оптимальных зависимостей токов в синхронном двигателе с электромагнитным возбуждением на базе теории обобщенной машины. – Вестник Казанского технол. ун-та. - №2, Т.16, с. 158-159.
7. Амирова С.С. Абдурагимов Р.А., Исаев А.А. Совершенствование управления энергосбережением цеха 2104 завода «Этилен». - Вестник Казанского технол. ун-та. - №2, Т.16, с. 180-181

© А. Г. Сорокин - доцент кафедры «Математические и естественнонаучные дисциплины» Сызранского филиала ФГБОУ ВПО «Самарский государственный экономический университет», кандидат технических наук, gprepodkse@yandex.ru.; Н. И. Горбачевский – зав. кафедрой электротехники и энергообеспечения предприятий НХТИ (филиал) ФГБОУ ВПО «КНИТУ», кандидат технических наук, доцент, aer-nk@mail.ru.; Л. Х. Мифтахова – ст.преподаватель той же кафедры, аспирант каф. теоретический основ теплотехники ФГБОУ ВПО «КНИТУ», lina_miftahova@mail.ru.