

Ю. А. Паранин, Р. Р. Якупов, Е. Н. Капустин,  
А. В. Бурмистров

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА СПИРАЛЬНЫХ МАШИН СУХОГО СЖАТИЯ В УСЛОВИЯХ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ.

### ЧАСТЬ 2. ИЗМЕНЕНИЕ ЗАЗОРОВ ОТ ТЕПЛОВЫХ И СИЛОВЫХ ДЕФОРМАЦИЙ

*Ключевые слова:* спиральный компрессор, спиральный вакуумный насос, математическая модель, теплообмен, упругая деформация, профильные зазоры, торцевые зазоры, эксцентриковый вал, монтажный зазор.

*Описана методика расчета профильных и торцевых зазоров в рабочих полостях спиральной машины сухого сжатия с учетом тепловых и силовых деформаций деталей компрессора. Показано, что определяющий вклад в изменение зазоров вносят тепловые деформации деталей спиральной машины. Силовые деформации незначительны ввиду малых нагрузок от газовых сил, а также конструктивной особенности спиральных машин, связанной с изгибной жесткостью спиралей.*

*Key words:* scroll compressor, scroll vacuum pump, mathematical model, heat exchange, elastic deformation, profile clearances, end clearances, supplementary shaft, mounting clearance.

*The procedure of calculation of profile and end clearances in working chambers of dry compression scroll machines considering thermal and force deformations of compressor parts is presented. It is shown that the thermal deformations of scroll machine parts make the determining contribution into clearance change. Force deformations are negligible due to small load of gas forces and constructive peculiarities of scroll machines connected with flexural stiffness of scrolls.*

Принцип работы спиральной машины известен с начала прошлого века благодаря изобретению инженера Леона Круа [1]. Но практически до 80-х годов, было невозможно реализовать идею бесконтактного орбитального движения спиралей с очень малым зазором из-за отсутствия технической возможности производства спиралей с требуемой точностью и чистотой поверхности. И лишь в 90-годах фирма «Iwata Compressor» первой в мире выпустила «сухой» спиральный компрессор. С тех пор благодаря объективным достоинствам спирального механизма, таким как низкий уровень шума и вибрации, достаточно высокая производительность и высокая надежность, возможность получения безмасляной среды вскоре были признаны, и эти машины нашли широкое применение, как в качестве компрессоров, так и вакуумных насосов. Было предложено огромное количество усовершенствований спирального механизма, направленных на повышение эффективности рабочего процесса. Важнейшим направлением совершенствования спиральных компрессоров является повышение герметичности рабочих полостей с целью снижения перетеканий и, соответственно, повышения энергоэффективности процесса. Оптимизация геометрических параметров спиральных машин возможна только на базе обоснованных и апробированных математических моделей, позволяющих получить информацию о влиянии любого конструктивного параметра на характеристики. Такие модели предложены, например, в работах [2-6].

Основу модели любой бесконтактной машины, составляет алгоритм нахождения перетеканий через щелевые каналы между спиральями. Количество перетекающего через щели газа, а, следовательно, и энергетические показатели спиральных машин (как и других роторных машин), в значительной степени зависят от величин зазоров между

рабочими полостями. Знание этих зазоров в рабочем (горячем) состоянии значительно повышает точность расчета энергетических показателей спиральных машин, а для расчета величины перетеканий можно использовать известные методы, например, представленные в работе [7].

При увеличении зазоров большее количество сжимаемого газа течет обратно из рабочих полостей высокого давления в рабочие полости низкого давления, что приводит к подогреву всасываемого газа, уменьшению его плотности, а, следовательно, и массовой производительности спиральной машины. Перетекающий через зазоры газ повторно сжимается в рабочих полостях низкого давления и нагревается, что приводит к увеличению температур газа и спиралей, а, следовательно, и температуры нагнетания. Нагретые элементы спиралей в свою очередь подогревают всасывающий газ в местах их соприкосновения. Сжатие, в этом случае происходит при более высокой температуре. Кроме того, увеличение зазоров приводит к росту потребляемой мощности.

Таким образом, чем меньше зазоры, тем меньше перетечки между соседними полостями и лучше характеристики спиральной машины. Однако при назначении слишком малых зазоров увеличивается опасность заклинивания спиралей из-за тепловых и силовых деформаций деталей спиральной машины. Поэтому для создания надежных в работе, имеющих высокие энергетические показатели машин необходимо знать тепловые и силовые деформации деталей компрессора и, исходя из их величин, назначить минимальные безопасные для работы зазоры.

Известно, что в спиральной машине существует два вида зазоров.

Зазоры между профильными поверхностями спиралей (профильные зазоры), в общем случае могут быть получены тремя способами.

1. Занижением одного из профилей спиралей;
2. Занижением эксцентриситета «е» на расчетную величину  $\Delta e$ ;
3. Комбинированный способ, при котором используется занижение профиля спиралей с одновременным занижением эксцентриситета.

Чаще всего в спиральных машинах используются спирали, имеющие теоретический (без занижений) эвольвентный профиль, поэтому, в настоящей работе для получения профильного зазора применяется второй способ.

Выражение для определения профильных зазоров с учетом тепловых и силовых деформаций рабочих элементов на рассматриваемом угле поворота приводного вала в общем виде запишется в следующей форме:

$$\delta_{\Pi}(\varphi) = \delta_{\Pi M}(\varphi) \pm \Delta\delta_{HCP}^T(\varphi) + \Delta\delta_{ПСП}^T(\varphi) - \Delta\delta_e^T \pm \Delta\delta_{HCP}^C(\varphi) \pm \Delta\delta_{ПСП}^C(\varphi) - \Delta\delta_r^T, \quad (1)$$

где  $\delta_{\Pi M}(\varphi)$  – величина монтажного профильного зазора на угле  $\varphi$ ;  $\Delta\delta_{HCP}^T(\varphi), \Delta\delta_{ПСП}^T(\varphi), \Delta\delta_e^T$  – изменение профильного зазора от радиальных тепловых деформаций подвижной и неподвижной спиралей на угле  $\varphi$ , а также от увеличения эксцентриситета «е» эксцентрикового вала (рис.1а);  $\Delta\delta_{HCP}^C(\varphi), \Delta\delta_{ПСП}^C(\varphi)$  – изменение профильного зазора от радиальных силовых деформаций подвижной и неподвижной спиралей на угле  $\varphi$  (рис.1б);  $\Delta\delta_r^T$  – изменение профильного зазора от увеличения радиального зазора в опорном подшипнике под влиянием перепада температур вала и корпуса  $\Delta\delta_r^T$  и под действием приложенной нагрузки  $\Delta\delta_r^C$ .

Изменение профильного зазора от увеличения эксцентриситета «е» эксцентрикового вала находится по формуле:

$$\Delta\delta_e^T = e \cdot \alpha_B \cdot (T_B - T_O), \quad (2)$$

где  $\alpha_B$  – коэффициент линейного расширения материала вала;  $T_B$  – рабочая температура вала;  $T_O$  – начальная температура вала, при которой проводились замеры зазоров.

Увеличение зазора в опорном подшипнике  $\Delta\delta_r^T$  вследствие перепада температур вала  $T_B$  и корпуса  $T_K$  определяется по формуле [8]:

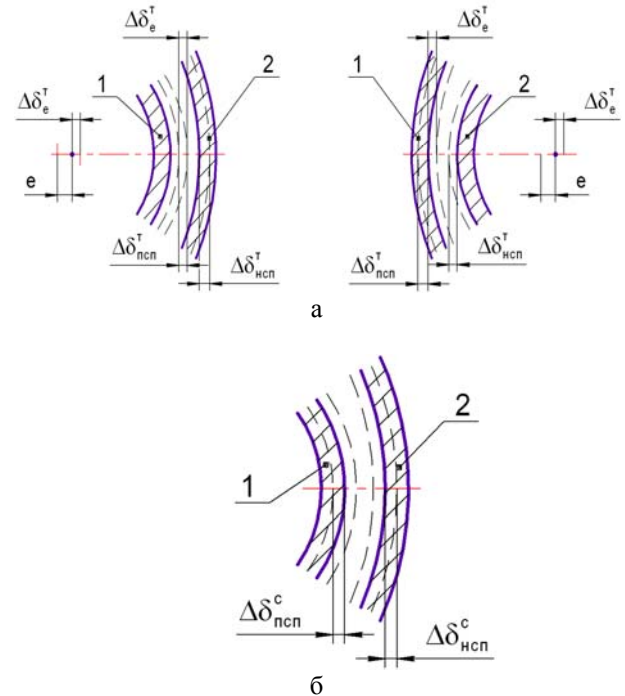
$$\Delta\delta_r^T = \alpha_{\Pi} \cdot (T_K - T_B) \cdot D_0, \quad (3)$$

где  $\alpha_{\Pi}$  – коэффициент линейного расширения ролика и колец;  $D_0 = (d_1 + D_2)/2$  – средний диаметр подшипника;  $d_1$  – наружный диаметр внутреннего кольца;  $D_2$  – внутренний диаметр наружного кольца.

Увеличение зазора в опорном подшипнике  $\Delta\delta_r^C$  от упругой деформации в контакте наиболее нагруженного тела качения с дорожками качения внутреннего и наружного колец, при  $E=2,08 \cdot 10^5$  МПа, равно [8]:

$$\Delta\delta_r^C = 8,0 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{P_0^{0,9}}{l_p^{0,8}}, \quad (4)$$

где  $P_0 = 4,37 \cdot \frac{F_r}{z_p}$  – усилие, воспринимаемое наиболее нагруженным роликом;  $F_r$  – нагрузка на ролики;  $z_p$  – число роликов;  $l_p$  – длина ролика.



**Рис. 1 – К определению изменения зазоров: а - от тепловых деформаций, б - от силовых деформаций, 1 – подвижная спираль; 2 – неподвижная спираль**

Монтажный профильный зазор определяется через следующие величины:

$$\delta_{\Pi M} = \Delta_{\Pi} = f(\Delta\delta_{\Pi}^T; \Delta\delta_{\Pi}^C; \Delta\delta_r; \delta_r') \quad (5)$$

При этом посадочный радиальный зазор в подшипнике, в общем случае, равен [8]:

$$\delta_r'' = \delta_r'' - (\Delta D_1 + \Delta d_1), \quad (6)$$

где  $\delta_r''$  – начальный радиальный зазор в подшипнике.

Начальный радиальный зазор у радиальных подшипников измеряют в радиальном направлении, или вычисляют по формуле [8]:

$$\delta_r'' = D_1 - (2D_W + d_1), \quad (7)$$

где  $D_1, d_1, D_W$  – соответственно фактические внутренний диаметр наружного кольца; наружный диаметр внутреннего кольца и диаметр тела качения.

Посадочный радиальный зазор – зазор в подшипнике после его установки на рабочее место, т.е. после уменьшения внутреннего диаметра наружного кольца (сжатие кольца) и увеличение наружного диаметра внутреннего кольца (расширение кольца) соответственно на величины  $\Delta D_1$  и  $\Delta d_1$  от посадочного натяга. При этом в подшипнике, в общем случае, либо сохраняется некоторый зазор:

$$\delta_r' > (\Delta D_1 + \Delta d_1) > 0, \quad (8)$$

либо образуется натяг:

$$\delta_r' < 0 < (\Delta D_1 + \Delta d_1) \quad (9)$$

Для выполнения расчета  $\delta_{\Pi}(\varphi)$  необходимо знать зависимости координат точек «касания» профилей спиралей от угла поворота вала (рис.2). Известно, что совокупность точек касания обкатываемых профилей называется линией контакта, а ее проекция на неподвижную плоскость, перпендикулярную оси вращения вала, является линией зацепления.

Нахождение уравнений линии зацепления у спиральной машины не вызывает затруднений. При работе с однозаходными спиральными образуются две парные замкнутые полости, объем которых независимо друг от друга перемещается от периферии к центру. Поэтому у спиральной машины, имеющей однозаходные спирали всегда существуют две линии зацепления: внутренняя эвольвента неподвижной спирали и внешняя эвольвента подвижной спирали.

Верхние знаки перед членами уравнения (1), связанные с тепловой деформацией, принимаются при расчете  $\delta_{\Pi}(\varphi)$  для линии зацепления по внутренней эвольвенте, нижние – для линии зацепления по внешней эвольвенте.

Второй вид зазоров в спиральной машине – торцевые зазоры между вершинами одной спирали и торцевым диском второй. В промышленных машинах на вершине обеих спиралей выполняются канавки, в которые вставляются уплотнители, выполненные из графитизированного фторопласта, которые практически упираются в торцевой диск, обеспечивая повышение «герметичности» торцевого зазора. Торцевой канал по своей геометрии – плоская прямоугольная щель, протяженность которой в направлении перетекания равна ширине уплотнителя. В работе [9] показано, что коэффициент подачи спирального компрессора более чувствителен к изменению торцевых зазоров, чем профильных (до 10 раз).

Торцевой зазор в спиральной машине равен:

$$\delta_T = \delta_{TM} + \Delta\delta_K^T - \Delta\delta_{СП}^T - \Delta\delta_{ОСН}^T - \Delta\delta_{Ш}^T + \Delta\delta_{СП}^C + \Delta\delta_{ОСН}^C - \Delta\delta_{Ш}^C, \quad (10)$$

где  $\delta_{TM}$  – величина монтажного торцевого зазора;  $\Delta\delta_K^T, \Delta\delta_{СП}^T, \Delta\delta_{ОСН}^T, \Delta\delta_{Ш}^T$  – изменение торцевого зазора от осевых тепловых деформаций корпуса, одной из спиралей, прилегающего основания в точке с наибольшим осевым перемещением и шариков противоположного устройства (ППУ) (рис.3);  $\Delta\delta_{СП}^C, \Delta\delta_{ОСН}^C$  – изменение торцевого зазора от осевых силовых деформаций одной из спиралей и прилегающего основания в точке с наименьшим осевым перемещением (рис.3);  $\Delta\delta_{Ш}^C$  – изменение торцевого зазора от упругой деформации в контакте наиболее нагруженного шарика с дорожками качения.

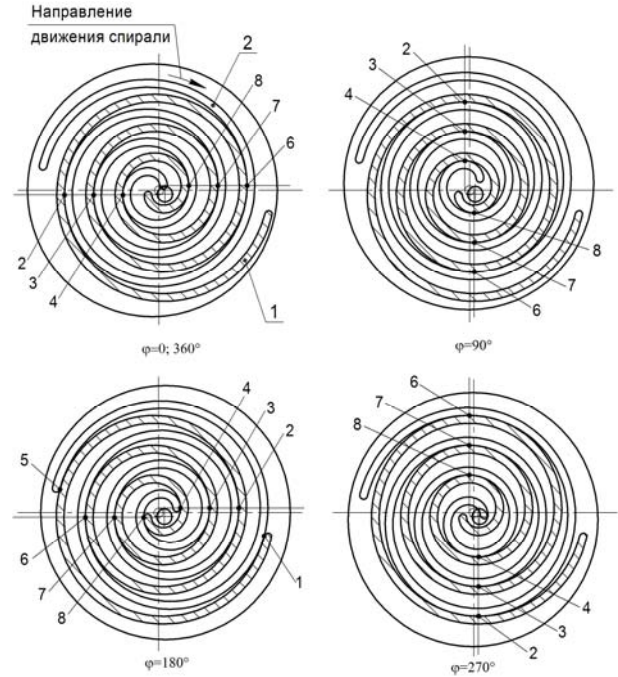


Рис. 2 – К определению рабочих зазоров  $\delta_{\Pi}(\varphi)$ : 1 – неподвижная спираль; 2 – подвижная спираль;  $\varphi$  – угол поворота вала; 1÷8 – точки касания профиля

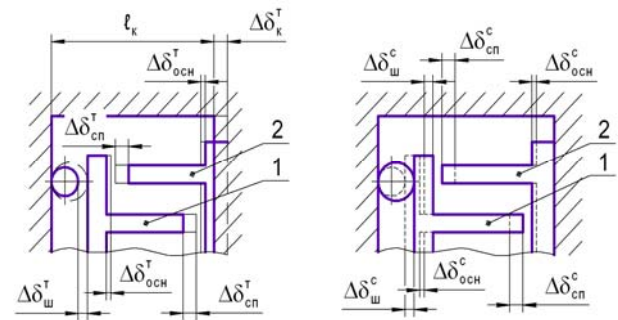


Рис. 3 – К определению изменения торцевых зазоров от тепловой и силовой деформаций: 1 – подвижная спираль; 2 – неподвижная спираль

При этом изменения торцевого зазора от тепловых деформаций корпуса  $\Delta\delta_K$  и шариков ППУ  $\Delta\delta_{Ш}^T$  находятся по следующим формулам:

$$\Delta\delta_K^T = l_K \cdot \alpha_K (T_K - T_0), \quad (11)$$

где  $l_K$  – длина участка корпуса;  $\alpha_K$  – коэффициент линейного расширения материала корпуса;  $T_K$  – рабочая температура корпуса.

$$\Delta\delta_{Ш}^T = D_{Ш} \cdot \alpha_{Ш} (T_{Ш} - T_0), \quad (12)$$

где  $D_{Ш}$  – наружный диаметр шарика;  $\alpha_{Ш}$  – коэффициент линейного расширения материала шарика;  $T_{Ш}$  – рабочая температура шарика.

Изменение зазора от упругой деформации  $\Delta\delta_{Ш}^C$  в контакте наиболее нагруженного шарика с дорожками качения ППУ, при  $E_1=E_2=E$  и  $\mu_1=\mu_2=0,3$ , определяется по формуле [8]:

$$\Delta\delta_{\text{ш}}^{\text{с}} = 1,231 \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{P_0}{E}\right)^2 \cdot \frac{1}{R_{\text{ш}}}} \quad (13)$$

где  $E_1, E_2, \mu_1, \mu_2$  – модули упругости и коэффициенты Пуассона соприкасающихся тел;  $P_0 = \frac{F_{\text{ос}}}{z}$  –

усилие, воспринимаемое наиболее нагруженным шариком;  $F_{\text{ос}}$  – нагрузка на шарики;  $z$  – число шариков;  $R_{\text{ш}}$  – радиус шарика.

При составлении уравнений (1) и (10) технологические погрешности изготовления деталей СК, образующие рабочие полости, не учитываются, т.к. они изготавливаются на высокоточном оборудовании.

Исследования показали [9], что основное влияние на изменение зазоров рабочих полостей спиральных компрессоров сухого сжатия с отношением давлений до 10 оказывают тепловые деформации спиралей и корпуса в результате высоких тепловых нагрузок. Силовые деформации для указанного диапазона отношения давлений незначительны ввиду малых нагрузок от газовых сил, а также конструктивной особенности спиральных машин, связанной с изгибной жесткостью спиралей (прогиб вершин ребер спиралей ограничивается тем, что перепад давлений и температур между рабочими полостями, увеличивающийся от периферии к центру, благоприятно сопровождается увеличением изгибной жесткости в том же направлении).

Для спиральных вакуумных насосов влиянием силовых деформаций за счет перепада давлений между полостями также можно пренебречь.

Статья подготовлена в ФГБОУ ВПО «КНИТУ» при финансовой поддержке проекта «Создание высокотехнологичного производства безмаслянных спиральных вакуумных насосов для индустрии наносистем и наноматериалов» открытого публичного конкурса по отбору организаций на право получения субсидий на реализацию комплексных проектов по созданию высокотехнологичного производства согласно постановления Прави-

тельства Российской Федерации от 9 апреля 2010 года N 218 «О мерах государственной поддержки развития кооперации российских высших учебных заведений и организаций, реализующих комплексные проекты по созданию высокотехнологичного производства».

## Литература

1. Creux L. Rotary engine. US Patent No. 801182. 1905.
2. Yu Chen, Nils P. Halm, Eckhard A. Groll\*, James E. Braun Mathematical modeling of scroll compressors—part I: compression process modeling / International Journal of Refrigeration 25 (2002) 731–750
3. Moore, E. J. Analysis of a Two Wrap Meso Scale Scroll Pump / E. J. Moore, E. P. Muntz, F. Erye, N. Myung, O. Orient, K. Shcheglov, D. Wiberg // AIP Conference Proceedings. – 2003. – pp. 1033-1040.
4. Su, Y. Theoretical study on the pumping mechanism of a dry scroll vacuum pump/ Y. Su, T. Sawada, J. Takemoto, S. Haga // Vacuum. – 1996. –vol. 47. – pp. 815 - 818.
5. Паранин Ю.А. Математическая модель рабочего процесса спиральных машин сухого сжатия в условиях сплошной среды (часть 1) / Ю.А.Паранин, Р.Р. Якупов, А.В. Бурмистров // Вестник Казанского технологического университета. – 2013, Т.16. - № 19- С. 267-271.
6. Паранин Ю. А., Хисамеев И. Г. Математическая модель рабочего процесса спирального компрессора сухого сжатия с учетом теплообмена и упругой деформации спиралей. Компрессорная техника и пневматика, №5, 2011, С. 16-23.
7. Бурмистров, А.В. Методы расчета проводимости криволинейных каналов в вязкостном режиме течения газа / А.В. Бурмистров, А.А. Райков, С.И. Саликеев // Вестник Казанского технологического университета. – 2012, Т15. – №11. - С.140-142.
8. Перель Л.Я. Подшипники качения: Справочник / Л.Я. Перель. – М.: Машиностроение, 1983.-543с
9. Паранин Ю.А. Совершенствование метода расчета рабочего процесса спирального компрессора сухого сжатия с использованием результатов экспериментальных исследований: автореферат дис. ... кандидата технических наук: 05.04.06 - Казань, 2011. - 254 с.: ил.

© Ю. А. Паранин - доц. каф. компрессорных машин и установок КНИТУ, yurij.paranin@yandex.ru; Р. Р. Якупов - асс. каф. холодильной техники и технологии КНИТУ, yakupov.ruslan@gmail.co; Е. Н. Капустин - к.т.н., ген. дир. ОАО «Вакууммаш», kazan@vacma.ru; А. В. Бурмистров – д.т.н., проф. каф. вакуумной техники электрофизических установок КНИТУ, burm@kstu.ru.