

Н. П. Петухов

УСТОЙЧИВОСТЬ ПОЛОГОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ КАК ЭЛЕМЕНТА КНОПОЧНОГО ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЯ

Ключевые слова: кнопочный переключатель, пологая сферическая оболочка, устойчивость, верхняя критическая сила, нижняя критическая сила, метод конечных разностей.

Основным элементом кнопочного переключателя является круглая в плане пологая сферическая оболочка, свободно опирающаяся на плиту с прямоугольной канавкой. Поперечная сила, приложенная в вершине купола, вызывает потерю устойчивости оболочки. Верхняя и нижняя критические силы определяются из графика зависимости прогиб-нагрузка. Задача решается методом конечных разностей.

Keywords: pushbutton switch, shallow spherical shell, stability, upper critical force, lower critical force, method of finite differences.

The stability problem of rectangular in plane shallow cylindrical panel under the transverse force applied at the center of the panel was solved using the finite difference method and the theory of shallow elastic shells. The curvilinear edges of the panel are based freely on the hemispherical supports. Under the static loading the panel is deformed with the formation of a large deflections. The panel is a primary element of pushbutton switch for which the magnitudes of the upper and lower critical forces are determined.

Наряду с цилиндрическими оболочками [1,2], в кнопочных переключателях применяются также пологие сферические оболочки.

Постановка и метод решения задачи

Пологая сферическая оболочка, имеющая толщину t , радиус кривизны R , диаметр плана a , свободно опирается на плиту с канавкой шириной b (рис. 1 и 2). Под действием поперечной силы P , приложенной в полюсе, оболочка теряет устойчивость хлопком и замыкает электрическую сеть. Разрыв сети происходит при выхлопе оболочки. Таким образом, для заданных параметров оболочки требуется определить верхнюю и нижнюю критические силы.

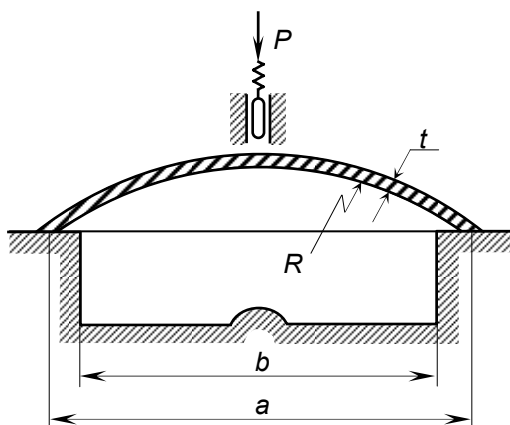


Рис. 1 – Сечение оболочки

Уравнения равновесия с учетом геометрической нелинейности, принятые в перемещениях, записаны в полярной системе координат [3,4]. Данная задача является двумерной и решается методом конечных разностей. Полярная сетка точно описывает контур оболочки. К недостатку следует отнести то, что у полярной сетки расстояния в окружном направлении между узлами увеличиваются при удалении от полюса. Кроме того, уравнение равновесия

относительно прогиба в полюсе имеет особенность. Эту проблему можно разрешить разными способами. В данном случае уравнение равновесия в полюсе не привлекалось. Прогиб в полюсе принимался заданным, а искомая поперечная сила считалась распределенной по площади кольца с радиусами $0,5h$ и $1,5h$, где h – шаг сетки в радиальном направлении. Число делений сетки принималось: 12 в радиальном и 48 в окружном направлениях. Аппроксимация производных принята с погрешностью порядка квадрата шага сетки, а для нелинейных составляющих – с повышенной точностью аппроксимации. Учитывая симметрию деформирования оболочки, достаточно рассматривать четвертую часть ее поверхности. Для решения системы нелинейных разностных уравнений применялся метод общей итерации [4]. Сходимость последовательных приближений на восходящем участке графика до верхней критической силы была достаточно быстрой. На участке от верхней до нижней критических сил сходимость была медленнее.

Чтобы использовать полученные результаты для оболочек разных размеров, введем безразмерные параметры: $w^* = w/t$ – прогиб оболочки в полюсе, $k = a^2/(4Rt)$ – кривизна оболочки, $P^* = Pa^2/(4Et^4)$ – поперечная сила, где E – модуль упругости. Коэффициент Пуассона в расчетах был принят $\nu = 0,3$.

Результаты вычислений

Как видно из рис.2, угол $\varphi = \angle AOB$ зависит от соотношения размеров a и b . Расчеты показали, что при $\varphi \leq 45^\circ$ с ростом поперечной силы от нуля до верхней критической P_g^* края оболочки на участках AD и BC опускаются вниз, а на участках AB и CD приподнимаются над плитой. Таким образом, оболочка опирается в четырех точках:

A, B, C и D . При $\varphi \geq 45^\circ$ участки контура AB и CD не приподнимаются.

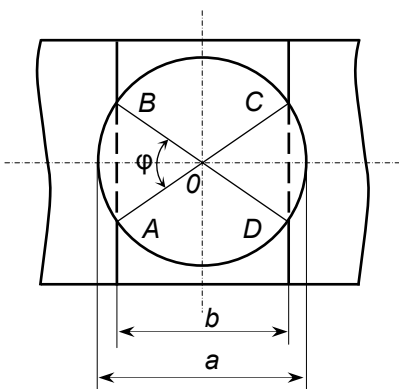


Рис. 2 – Вид оболочки сверху

На рис. 3 построены графики зависимости силы P^* от величины прогиба w^* в полюсе оболочки с кривизной $k = 9$ при $\varphi = 45^\circ$ (кривая 1) и $\varphi = 15^\circ$ (кривая 2), по которым определены соответственно верхние $P_e^* = 18,9$; $P_e^* = 20,4$ и нижние $P_n^* = 3,52$; $P_n^* = 3,60$ критические силы.

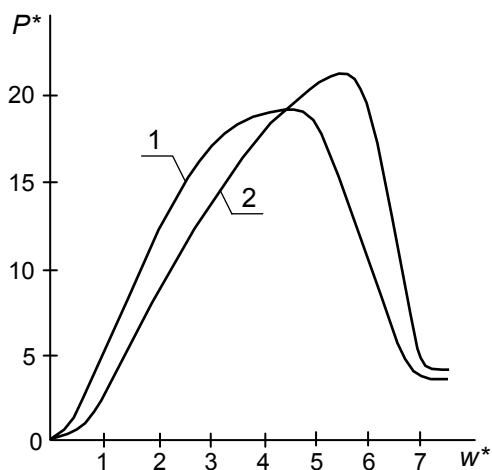


Рис. 3 – Зависимости прогиб-нагрузка для оболочки с кривизной $k = 9$

Зависимости верхних (кривые 1 и 2) и нижних (кривая 3) критических сил от кривизны оболочки показаны на рис.4. Кривая 1 построена для соотношения размеров a и b , при которых $\varphi = 45^\circ$, кривая 2 – при $\varphi = 15^\circ$. Верхние критические силы в зависимости от угла φ могут отличаться на 8 – 10%. Нижние критические силы от угла φ в интервале $15^\circ \leq \varphi \leq 45^\circ$ мало зависят. Оболочки с кривизной $k \leq 4$ деформируются без хлопков. С ростом кривизны увеличивается разность между верхней и нижней критическими силами. Для оболочек с кривизной $k \geq 13$ нижняя критическая сила становится отрицательной. Это означает, что при

снятии поперечной силы восстановления первоначальной формы оболочки не будет.

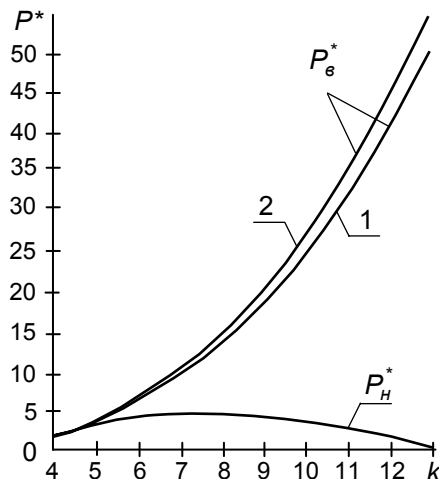


Рис. 4 – Зависимости верхних и нижних критических сил от кривизны

Радиальные перемещения точек контура составляют порядка 2 – 3% от величины прогиба в полюсе.

Выводы

В кнопочных переключателях чаще применяют оболочки, для которых соотношение между верхней и нижней критическими силами $P_e / P_n = 2$. По графикам рис.4 определяем безразмерный параметр кривизны $k = 6,8$. Если, например, диаметр плана $a = 16$ мм, толщина $t = 0,1$ мм, то можно вычислить радиус кривизны оболочки: $R = a^2 / (4kt) = 118$ мм. По кривой 1 ($\varphi = 45^\circ$) из рис.4 определяем безразмерный параметр $P_e^* = 10$. Тогда для стальной оболочки с модулем упругости $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па находим величину верхней критической силы: $P_e = 4Et^4 P_e^* / a^2 = 3,12$ Н. Приведенные на рис. 4 результаты вычислений позволяют определять критические силы для пологих оболочек с широким диапазоном геометрических размеров.

Литература

1. Петухов Н. П. Устойчивость цилиндрической панели как элемента кнопочного переключателя. //Вестник КГТУ. т.15, №18, Казань, 2012. с.192-193.
2. Перельгин О.А., Серазутдинов М.Н., Зайнуллин Р.Х., Фокин Д.А. Исследование напряженно-деформированного состояния цилиндрических оболочек с локальными несовершенствами формы. //Вестник КГТУ, Казань, 1999. с.44-46.
3. Муштари Х.М., Галимов К.З. Нелинейная теория упругих оболочек. – Казань: Таткнигоиздат, 1957. – 432с.
4. Корнишин М.С. Нелинейные задачи теории пластин и оболочек и методы их решения. – М.: Наука, 1964. – 192с.