УДК 621.1.016.4

Н. С. Казанцева, Н. Х. Зиннатуллин

КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН В КРУГЛОЙ ТРУБЕ

Ключевые слова: гидродинамический и тепловой пограничные слои, режимы течения, коэффициент теплоотдачи, физическое моделирование, критерий Нуссельта.

Рассмотрена теплоотдача при ламинарном и турбулентном движении теплоносителя. Представлены зависимости для расчета критерия Нуссельта, полученные теоретически и методом физического моделирования. Предлагается уточнение критериального уравнения.

Keywords: hydrodynamic and thermal boundary layers, current modes, heat-transfer coefficient, physical model operation, Nusselt's criterion.

The thermolysis is considered at laminar and heat carrier eddy. Dependences for calculation of criterion of Nusselt, received theoretically and a method of physical model operation are presented. Specification of the criteria equation is offered.

В химической технологии и энергетике для перемещения теплоносителей применяются в основном трубопроводы круглого сечения. При этом реализуется ламинарный или турбулентный режимы течения теплоносителей [1-2].

1. Теплоотдача при ламинарном течении теплоносителя

При движении потока жидкости в трубе образуются гидродинамический и тепловой начальные участки $L_г$ и $L_т$. Начальные участки заканчиваются тогда, когда пограничные слои полностью заполнят всё сечение трубы. С этого момента начинаются гидродинамические и тепловые стабилизированные участки.

Математическая модель начального участка теплообмена состоит из уравнений движений, энергии и соответствующих граничных условий. Эта модель была реализована такими видными исследователями, как Гретц и Нуссельт, Лауверьер и Лейбензон, Кутателадзе и Лыков и другими [3-6]. Задачу в наиболее сложной постановке решил Л.С. Лейбензон: он учел в правой части уравнения Фурье-Кирхгофа и диссипативный член, и член учитывающий прирост продольного потока тепла теплопроводностью.

Результаты решений соответствующих уравнений при тепловых граничных условиях первого рода ($T_{СТ}$ = const) для длины участка термической стабилизации (начальный участок) можно представить следующим образом:

$$\frac{L_Г}{d} = A \cdot Re, \qquad \frac{L_T}{d} = A \cdot Re \cdot Pr, \tag{1}$$

где d – диаметр трубопровода, Re – критерий Рейнольдса, Pr – критерий Прандтля. Значение множителя А меняется от 0,03 до 0,065 в зависимости от принятых методов приближенного решения уравнений. Для жидкостей Pr>1, поэтому тепловой пограничный слой будет находиться внутри гидродинамического. Это обстоятельство позволило упростить математическую модель начального участка теплообмена. Считать, что жидкость поступает в трубу с развитым параболическим профилем скорости. Для локального и среднего числа Нуссельта были получены формулы:

$$Nu = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda} = 1{,}03\left(\frac{1}{Pe} \cdot \frac{x}{d}\right)^{-\frac{1}{3}}, \tag{2}$$

$$\overline{Nu} = \frac{\bar{\alpha} \cdot d}{\lambda} = 1{,}55\left(\frac{1}{Pe} \cdot \frac{l}{d}\right)^{-\frac{1}{3}}, \tag{3}$$

где α – коэффициент теплоотдачи, λ – коэффициент молекулярной теплопроводности, Pe – критерий Пекле. Формула (2) в области $\left(\frac{1}{Pe} \cdot \frac{x}{d}\right) < 0{,}01$ хорошо описывает результаты точного решения, записанного в виде бесконечных рядов, и её можно использовать как интерполяционное выражение. Как видно из формулы (2) на начальном термическом участке локальное значение Nu уменьшается по мере удаления от входа. Вдали от входа ($L > L_т$) локальное и среднее значение критерия Нуссельта стремятся к 3,66. Следовательно, стабилизированный теплообмен для потока жидкости, обладающей неизменными теплофизическими свойствами, при тепловых граничных условиях первого рода характеризуется постоянным значением критерия Нуссельта: Nu=3,66. А для тепловых граничных условий второго рода (тепловой поток q = const) получено Nu=4,36.

В работе [7] приведен анализ работ, выполненных с учетом зависимости вязкости жидкости от температуры. В одних работах учитывалось изменение температуры потока жидкости только по длине трубы, в других задача решалась без учета инерционных членов уравнения движения в предположении, что распределение температуры в потоке сохраняется таким же, как при постоянной вязкости.

Б.С. Петухов исследовал гидродинамический и тепловой начальные участки, принимая зависимость вязкости жидкости от температуры в следующем виде:

$$\frac{1}{\mu} = A_0 + A_1T + A_2T^2 + \ldots + A_nT^n. \tag{4}$$

При решении уравнений гидродинамического и теплового пограничных слоев был использован метод интегральных соотношений Кармана-Польгаузена. Приближенное решение этих уравнений при тепловых граничных условиях первого рода позволило получить для критерия Нуссельта следующее выражение:

$$\mathrm{Nu} = \frac{4}{1+\frac{2(1-k)^2}{2k-k^2}\cdot \ln(1-n)} \qquad (5)$$

где $k = \frac{\delta_T}{R_0}$ – безразмерная толщина теплового пограничного слоя, δ_T – толщина теплового пограничного слоя, R_0 – радиус трубы.

Необходимо отметить, что формула (5) была для получена для случая, когда $\delta_T \ll R_0$. Поэтому по формуле (5) нельзя определить значение критерия Нуссельта для участка стабилизированного теплообмена. Как указано в работе [8], в случае учета зависимости вязкости от температуры уменьшение числа Nu происходит и в области тепловой стабилизации, хотя и гораздо слабее, чем на термически начальном участке. При $x \to \infty$ число Nu стремится к своему предельному значению Nu=3,66.

Аналогичные результаты получены и для тепловых граничных условий второго рода. Неизотермичность процесса может быть учтена введением в изотермическое решение поправочного комплекса ε_T. Витакер для критерия Нуссельта с учетом ε_T получил следующую формулу:

$$\mathrm{Nu} = 1{,}86 \mathrm{Pr}^{\frac{1}{3}} \mathrm{Re}^{\frac{1}{3}} \left(\frac{x}{d}\right)^{-\frac{1}{3}} \cdot \varepsilon_T, \qquad (6)$$

где $\varepsilon_T = \left(\frac{\mu_\Phi}{\mu_{ст}}\right)^{0,14}$, μ_Φ и $\mu_{ст}$ – соответственно коэффициенты динамической вязкости среды при температуре потока и стенки.

При расчете длинных труб влияние начального теплового участка на среднее значение критерия Нуссельта при $T_{ст}$ = constможно учитывать по формуле А.И.Разинова [6]:

$$\mathrm{Nu} = 4{,}7\frac{L_T}{L} + 3{,}66\left(1-\frac{L_T}{L}\right). \qquad (7)$$

Как видно из формулы (7) при $L \gg L_T$ значение Nu стремится к 3,66

2. Теплоотдача при турбулентном течении теплоносителя

Процессы переноса энергии и количества движения в ядре турбулентного потока протекают с большой скоростью. Поэтому определяющую роль играют явления переноса в пограничном слое: именно там сосредоточено основное термическое сопротивление процесса.

На входе жидкости в трубу образуется ламинарный гидродинамический, далее турбулентный пограничный слой с вязким подслоем. На начальном участке турбулентный режим движения жидкости всегда сочетается с ламинарным. Это обстоятельство усложняет и без того непростую задачу анализа турбулентного переноса субстанций. В развитом турбулентном пограничном слое толщины теплового и гидродинамического пограничных слоев совпадают и растут гораздо быстрее, чем в ламинарном.

Для решения этой задачи необходимо располагать данными по профилю скорости для всех зон (ламинарный подслой, пристенная область, турбулентное ядро), турбулентной вязкости μ_T и числу Pr. Уравнение энергии, записанное в приближении пограничного слоя, решалось различными приближенными методами. Этим объясняется существование различных формул для определения критерия Нуссельта.

С.С. Кутателадзе для двухслойной модели - ламинарный подслой-турбулентное ядро – была получена следующая формула [3]:

$$Nu = 0{,}14\sqrt{\xi}\cdot Pr\cdot Re\cdot\left[\ln\frac{Re\sqrt{\xi}}{290} + 4{,}6Pr\right]^{-1}, \qquad (8)$$

справедливая для газов и жидкостей при Pr<5. Здесь ξ – коэффициент гидравлического сопротивления. Им же в работе [9] для расчета Nu в области Pr>200 была предложена формула:

$$Nu = 0{,}035\sqrt{\xi}\cdot \mathrm{Re}\cdot Pr^{0,25}. \qquad (9)$$

В работе [3] приводятся формулы Рибо:

$$\mathrm{Nu} = \xi\cdot \mathrm{Pr}\cdot\mathrm{Re}\cdot\left[6\left(\mathrm{Pr}^{\frac{2}{3}}-1\right)+8\right]^{-1}, \qquad (10)$$

и Б.С. Петухова и В.В. Кириллова

$$\mathrm{Nu} = \xi\cdot \mathrm{PrRe}\left[36\sqrt{\xi}\left(\mathrm{Pr}^{\frac{2}{3}}-1\right)+8{,}5\right]^{-1}, \qquad (11)$$

справедливые в области 0,7<Pr<200.

Б.С. Петуховым в работе [10] была получена для расчета Nu усовершенствованная формула в виде:

$$\mathrm{Nu} = \frac{\xi}{8}\mathrm{PrRe}\left[k_1(\xi)+k_2(\mathrm{Pr})\sqrt{\frac{\xi}{8}}\left(\mathrm{Pr}^{\frac{2}{3}}-1\right)\right]^{-1} \qquad (12)$$

где $k_1(\xi) = 1+3{,}4\xi$, $k_2(\mathrm{Pr}) = 11{,}7+1{,}8\mathrm{Pr}^{\frac{2}{3}}$, $\xi = 0{,}11\left(\frac{68}{\mathrm{Re}}+\frac{\Delta}{d}\right)^{0,25}$, Δ – шероховатость внутренней поверхности трубы.

Однако, в вышеприведенных формулах не учитывается неизотермичность процесса, т.е. изменение вязкости теплоносителя от температуры. Неизотермичность процесса может быть учтена введением в формулу по определению Nu комплекса $\left(\frac{\mu_{ср}}{\mu_{ст}}\right)^n$. Показатель степени n зависит от направления потока тепла: при охлаждении теплоносителя n=0,25, при нагревании - n=0,11.

Вышеприведенные формулы (8-12) справедливы для участка стабилизированного теплообмена. Повышенную теплоотдачу на термически начальном участке трубы можно учитывать введением в расчетные формулы поправочного коэффициента ε_L. Длины участков термической и гидродинамической стабилизации небольшие и примерно равны $L_Г = L_T \approx 15$ [6].

Однако, их влияние на процесс, как показано экспериментальными исследованиями И.Г.Аладьева [10], достигает до $\frac{L}{d} = 50$.

Таблица 1 - Поправка $\varepsilon_L = f(\frac{L}{d}, Re)$ на термически начальный участок при турбулентном течении теплоносителя в трубах

Re	$\frac{L}{d}$								
	1	2	5	10	15	20	30	40	50
$1\cdot10^4$	1,65	1,50	1,34	1,23	1,17	1,13	1,07	1,03	1
$2\cdot10^4$	1,51	1,40	1,27	1,18	1,13	1,10	1,05	1,02	1
$5\cdot10^4$	1,34	1,27	1,18	1,13	1,10	1,08	1,04	1,02	1
$1\cdot10^5$	1,28	1,22	1,15	1,10	1,08	1,06	1,03	1,02	1
$1\cdot10^6$	1,14	1,11	1,08	1,05	1,04	1,03	1,02	1,01	1

3. Физическое моделирование процесса

Наряду с теоретическими решениями задачи конвективного теплообмена в круглой трубе было выполнено физическое моделирование процесса [6,11-13]. Теоретические решения были приближенными, поэтому они не всегда отражали реальную картину происходящих процессов.

Анализ экспериментальных работ конвективного теплообмена при турбулентном движении теплоносителя в трубах приведен в работе [14]. Вид критериального уравнения определяется из положений теории подобия, а необходимые коэффициенты уравнения – из эксперимента. Диттиус и Болтер предложили критериальное уравнение в виде[15]:

$$Nu = 0{,}023Re^{0{,}8}Pr^{0{,}4}. \qquad (13)$$

Эта формула может быть использована при 0,5<Pr<25 и не очень высоких Re. Формула (13) не учитывает влияния на расчеты термически начального участка. При высоких Re и Pr рассчитанный коэффициент теплоотдачи α может отличаться от действительного на 30% и более.

Для полностью стабилизированного потока критерий Нуссельта определяется по формуле М.А. Михеева [16]:

$$Nu = 0{,}021Re^{0{,}8}Pr^{0{,}43}\left(\frac{Pr_{ср}}{Pr_{ст}}\right)^{0{,}25}\cdot\varepsilon_L. \qquad (14)$$

Здесь $Pr_{ср}$, $Pr_{ст}$ – соответственно критерии Прандтля при температуре потока теплоносителя и стенки трубопровода. Формула выполняется при 10^4<Re<10^5 и 0,5<Pr<200.

Д.А. Самсоновым получено уточненное критериальное уравнение теплоотдачи при течении пара в трубе путем экспериментальных исследований с использованием эталонного датчика плотности теплового потока, имеющего погрешность не более 1,5% [17-18]:

$$0{,}0208\cdot Re^{n}\cdot Pr^{0{,}43}\left(\frac{Pr_{ср}}{Pr_{ст}}\right)^{0{,}25}, \qquad (15)$$

где показатель степени n меняется от 0,79 до 0,82.

Таблица 2

$Re\cdot10^{-4}$	2,5÷4,5	4,5÷20	20÷35	35÷40
n	0,79	0,80	0,81	0,82

Сравнение расчетных данных по Nu, полученных по критериальному уравнению Михеева (14) и теоретической зависимости Петухова (11) с экспериментальными данными Самсонова в диапазоне чисел Рейнольдса от $2{,}5\cdot10^4$ до $4\cdot10^5$ и при Pr =1 показали, что расхождения достигают до 20÷30%.

Учитывая высокую метрологическую обеспеченность проведенных экспериментальных исследований, можно сказать, что формулы Михеева и Петухова нуждаются в некоторой корректировке.

Рассмотрим более подробно физическое моделирование. Необходимым условием процессов переноса теплоты является соблюдение гидродинамического и геометрического подобий [13]. Тогда общее критериальное уравнение теплоотдачи будет иметь вид:

$$f(Fo, Nu, Pe, Ho, Fr, Eu, Re, Г_i) = 0, \qquad (16)$$

где Fo – критерий Фурье, Ho – критерий гомохронности, Fr – критерий Фруда, Eu – критерий Эйлера, $Г_i$– геометрические симплексы (i=1, 2…).

Определяемым критерием в данном случае является критерий Nu:

$$Nu = \varphi(Fo, Pe, Ho, Fr, Eu, Re, Г_i). \qquad (17)$$

Для случая, когда тепловые и гидромеханические процессы стационарные и жидкость течет по горизонтальной трубе круглого сечения, получим:

$$Nu = \varphi(Pe, Eu, Re, \frac{l}{d}, \frac{\Delta}{d}). \qquad (18)$$

В известных формулах Диттиуса-Болтера и Михеева в общее критериальное уравнение критерий Эйлера Eu не входит. Предполагается, что имеется однозначная связь между критериями Eu и Re в виде Eu=f(Re). Между тем, для этого случая связь между критериями Eu и Re имеет вид:

$$Eu = f(Re, \frac{l}{d}, \frac{\Delta}{d}). \qquad (19)$$

Из опыта известно, что критерий Eu прямо пропорционально зависит от $\frac{L}{d}$, поэтому:

$$Eu = \frac{l}{d}f(Re, \frac{\Delta}{d}). \qquad (20)$$

В диапазоне чисел Рейнольдса $15\frac{d}{\Delta}$<Re<$300\frac{d}{\Delta}$ связь между симплексом $\frac{d}{\Delta}$ и коэффициентом гидравлического сопротивления ξ определяется по формуле Альтшуля:

$$\xi = 0{,}11\left(\frac{68}{Re} + \frac{\Delta}{d}\right)^{0{,}25}, \qquad (21)$$

а в диапазоне Re>$300\frac{d}{\Delta}$ по формуле Шиф-ринсона:

$$\xi=0{,}11\left(\frac{\Delta}{d}\right)^{0,25} \quad . \tag{22}$$

Поэтому критериальная зависимость (18) должна быть преобразована к виду

$$Nu = \varphi(Pr, Re, \xi) \tag{23}$$

Влияние на процесс переноса теплоты термически начального участка учитывается поправочным коэффициентом ε_L, а неизотермичность – комплексом $\left(\frac{Pr_{ср}}{Pr_{ст}}\right)^{0,25}$.

В формуле Петухова (12) коэффициент гидравлического сопротивления ξ присутствует.

Литература

1. К.А. Журавлева, А.А. Назаров, С.И. Поникаров. Вестник Казанского технологического уни-верситета, т.15, 23, 36-38(2012);
2. Н.Х. Зиннатуллин, Р.Ф.Исмагилова, А.И.Гурьяов, А.А. Синявин Вестник Казанского технологического университета, т.15, 2, 62-66 (2012);
3. С.С. Кутателадзе Основы теории теплообмена. Атомизвест, М., 1979. - 456с;
4. А.А. Померанцев Курс лекций по теории тепломассообмена. Высш.школа, Москва, 1965. - 350с;
5. А.В. Лыков. Тепломассообмен. Энергия, М., 1978. - 480с;
6. А.И. Разинов, О.В. Маминов, Г.С. Дьяконов Теоретические основы процессов химической технологии. Издательство КГТУ, Казань, 2005. - 362с;
7. Б.С. Петухов Теплообмен и сопротивление при ламинарном течении жидкости в трубах. Энергия, М., 1967. – 412с;
8. Янг Ванцзу Теплопередача (русский перевод) Trans, ASME, Ser.C, 4, 95-105, 1962;
9. С.С. Кутателадзе Теплопередача и гидродин-мическое сопротивление. Справочник. Энергоатом-издат, М., 1990. - 420с;
10. Б.С. Петухов Теплоэнергетика, 4, 63-69, 1985.
11. О.Н. Брюханов, С.Н. Шевченко Тепломассообмен. Изд-во АСВ, М., 2005. – 460с;
12. Ф.Ф.Цветков, Б.А.Григорьев Тепломассообмен. Изд.дом МЭИ, М., 2006. – 550с;
13. Ю.И.Дытнерский Процессы и аппараты химической технологии. Химия, М., 1995. – 400с.
14. Д.А. Самсонов Диссертация кандидата технических наук. КГЭУ, Казань, 2012. – 130с;
15. И.С. Коченов, С.И. Коченов Теплоэнергетика, 10, 22-27, 1992;
16. М.А. Михеев Основы теплопередачи. Энергия, М., 1973. – 370с;
17. Л.М. Дыскин, Д.А. Самсонов, Приволжский научный журнал, 1, 81-84, 2012;
18. Л.М. Дыскин, Д.А. Самсонов, Промышленная энергетика, 5, 20-22, 2011.

© **Н. С. Казанцева** – студ. КГЭУ, kns1993@mail.ru; **Н. Х. Зиннатуллин -** д-р техн. наук, проф. каф. процессов и аппаратов химической технологии КНИТУ.