

Ф. Р. Хузина, М. С. Салиева, Н. В. Улитин

ВЛИЯНИЕ СИЛЫ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО ТРЕНИЯ НА ПАРАМЕТРЫ ИСТЕЧЕНИЯ ВСКИПАЮЩЕЙ ВОДЫ ИЗ ТРУБЧАТОГО КАНАЛА

Ключевые слова: математическая модель, гидродинамика, гидравлическое трение.

Разработана математическая модель истечения вскипающей жидкости из трубчатого канала в случае разгерметизации канала на одном конце. Получены автомодельные решения процесса истечения при лимитировании опорожнения силами гидравлического трения.

Keywords: mathematical model, hydrodynamics, hydraulic friction.

Mathematical model of the efflux of boiling liquid from tubular channel in case of depressurization of the channel at one end has been developed. Self-similar solutions of efflux process in the case of limitation of emptying by hydraulic friction forces have been obtained.

Истечения парожидкостной смеси из канала с учетом силы гидравлического трения

Уравнение масс и импульсов для равновесной парожидкостной смеси в цилиндрическом канале для больших времен $t \gg t_*$, пренебрегая инерционными эффектами, запишем в виде

$$-\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\tau}{2a} = 0, \left(\frac{\tau}{2a} = \rho \frac{|w|w}{z_{(w)}} \right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0.$$

Для квадратичного закона трения из (1) получим

$$\frac{\partial p}{\partial t} = C^2 \sqrt{2z_{(w)}} \operatorname{sign} \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right) \frac{\partial}{\partial z} \sqrt{\rho \left| \frac{\partial p}{\partial z} \right|}, w|w| = -\frac{z_{(w)}}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}. \quad (2)$$

Для удобства преобразуем это уравнение к виду

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \bar{C}^2 k \frac{\partial}{\partial z} \sqrt{\Re \frac{\partial P}{\partial z}},$$

$$\text{где } \Re = \frac{\rho}{\rho_l^0}, \quad k = C_0^2 \sqrt{\frac{2z_{(w)} \rho_l^0}{\rho_0}}, \quad P = p / \rho_0,$$

$$\bar{C} = C / C_0.$$

Будем полагать, что инверсия потока (переход пузырьково-пенного потока в парокапельный) происходит при достижении объемного содержания пара α_g некоторой характерной величины $\alpha_g^{(i)}$.

Для этой величины принято значение $\alpha_g^{(i)} = 0.8$ [1].

Для рассматриваемых здесь процессов адиабатического расширения значение плотности смеси (а вместе с ней объемное газосодержание пара) однозначно определяется значением давления [2, 3]. Поэтому в дальнейшем будем полагать, что инверсия потока происходит при достижении давления в потоке значения $p^{(i)}$, определяемого из условия $\alpha_g(p^{(i)}) = \alpha_g^{(i)}$. Из условия баланса массы на гра-

нице $z = z^{(i)}$, где происходит инверсия потока, следует:

$$\rho_-(w_- - z^{(i)}) = \rho_+(w_+ - z^{(i)}), \quad (3)$$

с учетом $\rho_- = \rho_+ = \rho^{(i)}$ имеем $w_- = w_+$, где (+) – пузырьковый поток, (–) – парокапельный. Из условия (3), с учетом второго выражения, из (2) имеем

$$z_{(w)-} \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)_- = z_{(w)+} \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)_+. \quad (4)$$

Рассмотрим задачу о внезапном сбросе давления до значения $p_e < p_0$. Тогда соответствующие начальные и краевые условия могут быть записаны в виде

$$p = p_0 (t = 0, z \geq 0); \quad p = p_e (t > 0, z = 0). \quad (5)$$

Эта задача является автомодельной. Введем автомодельную переменную $\eta = z / (k^+ t)^{2/3}$. Тогда основное уравнение в автомодельных переменных запишется в виде

$$\Re \frac{d^2 P}{d\eta^2} + \frac{d\Re}{d\eta} \left(\frac{dP}{d\eta} \right)^2 + \frac{4}{3} \frac{\eta}{C^2 K} \cdot \frac{dP}{d\eta} \sqrt{\Re \cdot \frac{dP}{d\eta}} = 0, \quad (6)$$

$$\text{где } K = \frac{k_-}{k_+} = \sqrt{\frac{z_{(w)-}}{z_{(w)+}}}, \quad \beta = \sqrt{\frac{z_{(w)-}}{z_{(w)+}}} = \sqrt{\frac{\lambda_+}{\lambda_-}}.$$

В случае $\beta > 1$ – сопротивление выше в дальней зоне, $\beta < 1$ – сопротивление выше в ближней зоне.

При этом начальные и граничные условия для уравнения (5) могут быть записаны в виде

$$P = 1, \eta = \infty, \quad P = P_e, \eta = 0.$$

Из условия (4) следует, что при $\eta = \eta^{(i)}$:

$$\left(\frac{dP}{d\eta} \right)_- = \beta \left(\frac{dP}{d\eta} \right)_+ \quad \left(\eta^{(i)} = z^{(i)} / (kt)^{2/3} \right).$$

При этом массовый расход смеси через открытый канал будет определяться выражением

$$q = \sqrt{z_{(w)} \left(\rho \frac{\partial p}{\partial z} \right)_0} = \frac{\sqrt{z_{(w)} \rho(p_e) \rho_0 P'(0)}}{(kt)^{1/3}}. \quad (7)$$

Для анализа влияния эффекта инверсии на величину расхода введем безразмерный параметр

$$\chi = q / q_0,$$

где q_0 – расход, когда пренебрегается инверсия потока. Задача решена численным методом Рунге-Кутты [4].

В качестве жидкости принимали воду, находящуюся при $T_0 = 492 \text{ K}$ ($p_s(T_0) = 2.3 \text{ МПа}$), и получили следующие результаты.

На этапе истечения вскипающей жидкости из канала, когда интенсивность опорожнения определяется эффектом гидравлического сопротивления, система уравнений движения сводится к одному нелинейному уравнению [5]. Для этого уравнения построено аналитическое решение с учетом инверсии потока (переход пузырьковопенного потока в парокапельный). Было показано, что теория без учета инверсии потока при $\beta > 1$ (гидравлическое сопротивление выше в дальней зоне) завышает ве-

личину расхода процесса опорожнения, а при $\beta < 1$, наоборот, занижает.

Литература

1. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред / Р.И. Нигматулин. – М.: Наука, 1987. – 360 с.
2. Мерзляков С.А. Математическое моделирование и оценка процесса массопереноса в барботажном слое по степени извлечения компонентов / С.А. Мерзляков // Вестник Казанского технологического университета. – 2011. – № 19. – С. 199-206.
3. Мухаметзянова А.Г. Гидравлическое сопротивление турбулентного потока несжимаемой жидкости в осесимметричных каналах переменного сечения с различными формообразующими / А.Г. Мухаметзянова // Вестник Казанского технологического университета. – 2006. – № 1. – С. 209-216.
4. Бахвалов Н.С. Численные методы / Н.С. Бахвалов. – М.: Наука, 2004. – 632 с.
5. Хузина Ф.Р. Истечение вскипающей жидкости из емкости конечного объема через щель / Ф.Р. Хузина // Инженерно-физический журнал. – 2005. – Т. 78, № 3. – С. 141-144.

© **Ф. Р. Хузина** - к.ф.-м.н., доцент кафедры физики и методики обучения физике Бирского филиала БашГУ; **М. С. Салиева** – старший преподаватель кафедры математического моделирования и информационных систем Бирского филиала БашГУ; **Н. В. Улитин** – д.х.н., профессор кафедры ТППКМ КНИТУ, n.v.ulitin@mail.ru.