

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

УДК 004.946: 517 958

DOI 10.55421/3034-4689_2025_28_3_85

Р. И. Ибятгов, Ф. Г. Ахмадиев, А. Н. Зиннатуллина,
Н. Г. КиселеваКОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ РАЗДЕЛЕНИЯ ДВУХФАЗНЫХ СРЕД
В СЕПАРАТОРАХ С КРИВОЛИНЕЙНЫМИ ВСТАВКАМИ*Ключевые слова: компьютерное моделирование, двухфазные среды, криволинейные каналы, разделение, вычислительный эксперимент.*

Рассмотрено компьютерное моделирование процесса разделения двухфазных сред в сепараторах с криволинейными вставками на основе математической модели течения двухфазной смеси в каналах между вставками, построенной используя уравнения сохранения массы и импульса механики многофазных сред. Уравнения сохранения записаны для ортогональной системы координат, связанной с поверхностью канала, которые упрощаются с учётом тонкослойности течения. Конкретная форма области течения при расчётах уточняются через коэффициенты Ляме. Расчёты для определения поля скоростей жидкой фазы проведены с использованием метода поверхностей равных расходов и при этом использованы соответствующие замыкающие соотношения для силы межфазного взаимодействия и эффективной вязкости среды. Скорость движения дисперсной фазы после определения поля скоростей жидкой фазы рассчитывается по уравнению движения этой фазы при выбранной силе межфазного взаимодействия, что позволяет рассчитать траекторию движения частиц и её знание является определяющим фактором для процессов разделения. Для проведения численных расчётов были заданы обоснованные входные условия на линиях тока и значения продольной скорости на них. Построен алгоритм расчёта движения каждой фазы для компьютерного моделирования. Численные расчёты проведены для каналов параболической и конической форм с учётом наличия входного участка течения и влияния центробежной силы. Был реализован вычислительный эксперимент для различных параметров каналов и течения двухфазной среды. На начальном участке канала происходит развитие течения от начального плоского профиля до параболического вида. Скорости потока вблизи стенок канала замедляются, а в центре области сечения разгоняются. Из-за этого на начальном участке линии тока искривляются. На скорость движения дисперсной фазой и её направление сильно влияют разность плотностей фаз, размеры и концентрация частиц, вязкость среды и центробежная сила, которые определяют сепарационные характеристики аппарата. На основе компьютерного моделирования изучены различные режимы течения и влияние различных параметров среды на гидродинамическую обстановку в области течения, что позволяет поставить и решить задачи оптимального аппаратного оформления соответствующего процесса разделения двухфазных сред.

R. I. Ibyatov, F. G. Akhmadiev, A. N. Zinnatullina,
N. G. KiselevaCOMPUTER MODELING OF TWO-PHASE MEDIA SEPARATION PROCESSES IN SEPARATORS
WITH CURVED INSERTS*Keywords: computer modeling, two-phase media, curvilinear channels, separations, computational experiment.*

Annotation. Computer modeling of the process of separation of two-phase media in separators with curvilinear inserts on the basis of the mathematical model of two-phase mixture flow in channels between inserts, constructed using the equations of conservation of mass and momentum of the mechanics of multiphase media. The conservation equations are written for an orthogonal system of coordinates associated with the surface of the channel, which are simplified by taking into account the thin-layer flow. The specific shape of the flow region in the calculations are specified through Lamé coefficients. Calculations to determine the velocity field of the liquid phase were carried out using the method of equal flow surfaces, and at that the corresponding closing relations for the force of interphase interaction and effective viscosity of the medium are used. Velocity of the dispersed phase after determination of the velocity field of the liquid phase is calculated by the equation of motion of this phase at the chosen force of interphase interaction, which allows to calculate the trajectory of particle motion and its knowledge is a determining factor for separation processes. To carry out numerical calculations we have reasonable input conditions on current lines and values of longitudinal velocity on them. An algorithm for calculating the motion of each phase for the computer modeling. Numerical calculations were performed for parabolic and conical channels, taking into account the presence of an inlet flow section and the influence of centrifugal force. A computational experiment was realized for different channel parameters and two-phase medium flow. At the initial section of the channel, the flow develops from an initial flat profile to a parabolic form. The flow velocities near the channel walls slow down and accelerate in the center of the cross-sectional region. This causes the current lines to curve in the initial section. The dispersed phase velocity and its direction are strongly influenced by the phase density difference, particle size and concentration, medium viscosity and centrifugal force, which determine the separation characteristics of the apparatus. On the basis of computer modeling various flow regimes and the influence of various medium parameters on the hydrodynamic situation in the flow region are studied, which allows us to set and solve the problems of optimal hardware design of the corresponding process of separation of two-phase media.

Введение

Разделение двухфазных сред в поле центробежной силы производится с помощью различных аппаратов. Для интенсификации процесса разделения тонкодисперсных сред широко применяются тарельчатые сепараторы [1,2]. В тарельчатых сепараторах пакет соосно расположенных вставок разделяет жидкостную систему на тонкие слои, что обеспечивает уменьшение пути осаждения дисперсных частиц. Другой важнейшей характеристикой работы тарельчатых сепараторов является интенсивность воздействия центробежной силы на жидкостный поток с учетом угла наклона стенки относительно оси вращения. В сепараторах с криволинейными вставками расстояние между ними, а также направление действия центробежной силы относительно стенок канала являются переменными величинами. Следовательно, жидкостные сепараторы с криволинейными вставками могут быть использованы для ускорения процесса разделения. Конечной целью разделения неоднородных сред могут являться как осветление жидкостей, так и выделение твердой фазы в виде конечного продукта. Однако, в любом случае процесса разделения, дисперсная фаза должна успеть осесть на стенку канала, пока поток находится в зазоре между вставками.

Вопросы разделения двухфазных сред подробно рассмотрены в многочисленных работах, например, [3-6]. При этом в основном изучается гидродинамическая обстановка в тарельчатых сепараторах с коническими вставками без учета взаимовлияния фаз разделяемой среды, не рассчитывается траектория движения частиц в канале, что является основным определяющим фактором для процесса разделения. Поэтому, расчет траектории движения дисперсных частиц в криволинейном канале является актуальной задачей при расчете работы сепараторов, т.к. эти вопросы недостаточно изучены.

Целью данной работы являются компьютерное моделирование движения дисперсной частицы в осесимметричном потоке двухфазной среды, который протекает в пространстве между криволинейными поверхностями, составление соответствующих алгоритмов численных расчетов и проведение вычислительного эксперимента.

Математическая модель

Рассматривается осесимметричное течение гетерогенной среды в пространстве между криволинейными вставками. Жидкостный поток с постоянным расходом движется по направлению от периферии тарелок к центру аппарата под действием перепада давления и центробежной силы. Под действием центробежной силы частицы дисперсной фазы могут оседать к одной из поверхностей в зависимости от разностей плотностей фаз. При значительных концентрациях может образоваться слой осадка [7, 8]. Осажденная масса частиц может оставаться неподвижной или может двигаться под действием центробежной силы в направлении от

центра к периферии канала. Из-за осаждения дисперсных частиц изменится их средняя концентрация в потоке.

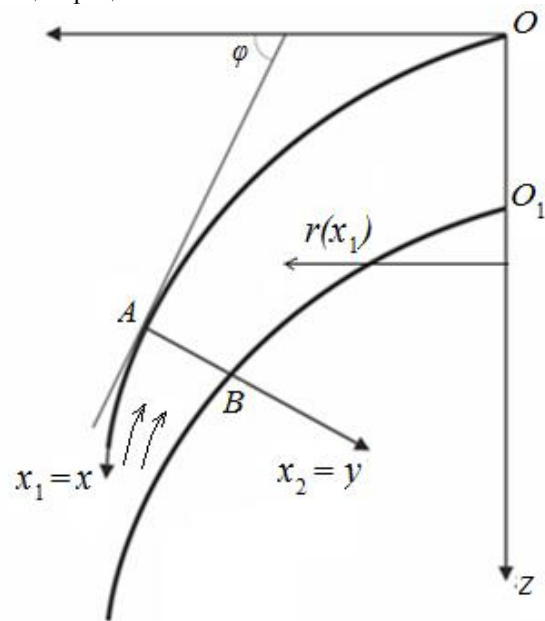


Рис. 1 – Схема области течения двухфазной среды в криволинейном канале между вставками

Fig. 1 – Schematic of the flow area of two-phase medium in a curvilinear channel between inserts

Имеются работы [9,10], в которых исследованы гидродинамическая обстановка и потеря давления при течении жидкостей в каналах различной геометрической формы. Вопросы оптимизации формы канала с целью уменьшения потери давления рассмотрены в работе [10].

Для описания течения гетерогенных сред можно использовать методы механики многофазных сред [11]. Уравнения сохранения импульсов двухфазной среды при отсутствии фазовых превращений можно записать в виде [11]

$$\rho_1 \frac{d\bar{V}_1}{dt} = \nabla \sigma_{1*} - n \bar{f}_{12} + \rho_1 \bar{F}, \quad (1)$$

$$\rho_2 \frac{d\bar{V}_2}{dt} = n \bar{f}_{12} + \rho_2 \bar{F}, \quad (2)$$

В случае движения тонкослойных потоков, когда параметры фаз близки, можно использовать квазигомогенную модель двухфазных сред с переменными по продольной координате средней концентрации частиц $\alpha_2(x_1)$ и характеристиками $\rho(\alpha_2(x_1))$ и $\mu(\alpha_2(x_1))$. Тогда из уравнений (1)-(2) можно получить уравнение

$$\rho \frac{d\bar{V}}{dt} = \nabla \sigma_{1*} + \rho \bar{F}, \quad (3)$$

где $\rho = \rho_1 + \rho_2$, $\rho \bar{V} = \rho_1 \bar{V}_1 + \rho_2 \bar{V}_2$, $\bar{F}$ - вектор массовых сил. Данное уравнение позволяет находить скорость $\bar{V}$ эффективной несущей среды.

Для тонкослойных осесимметричных течений эффективной несущей среды упрощенные уравнения сохранения массы и импульса, записанные в

ортогональной системе координат x_1, x_2 , связанной с областью течения (рис.1), после оценки значимости слагаемых согласно [6, 12, 13], могут быть записаны в виде

$$\frac{\partial(H_2 H_3 \rho U)}{\partial x_1} + \frac{\partial(H_1 H_3 \rho V)}{\partial x_2} = 0, \quad (4)$$

$$\rho \left(\frac{U}{H_1} \frac{\partial U}{\partial x_1} + \frac{V}{H_2} \frac{\partial U}{\partial x_2} + \frac{UV}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial x_2} \right) = -\frac{1}{H_1} \frac{\partial P}{\partial x_1} + \tau_{12} + \rho F_1, \quad (5)$$

$$-\rho \frac{U^2}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial x_2} = -\frac{1}{H_2} \frac{\partial P}{\partial x_2} + \rho F_2, \quad (6)$$

где $\tau_{12} = \frac{\mu}{H_1^2 H_2 H_3} \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{H_1^3 H_3}{H_2} \frac{\partial(U/H_1)}{\partial x_2} \right)$, $(U, V) = \bar{V}$.

Данная система уравнений должна решаться при следующих граничных условиях

$$\text{при } x_2 = 0: \quad U = 0, \quad V = 0; \quad (7.1)$$

$$\text{при } x_2 = h(x_1): \quad U = 0, \quad V = 0. \quad (7.2)$$

Если на одной из границ образуется слой осадка, который скользит под действием массовой силы со скоростью U_0 , то одно из граничных условий заменяется условием $U = U_0$ на его поверхности. На входном сечении задается начальное условие

$$x_1 = x_{10}: \quad U = U_{10}(x_2), \quad p = p_0. \quad (7.3)$$

Для решения задачи (4)–(7) применим метод поверхностей равных расходов, предложенный Л.П. Холпановым, В.Я. Шкадовым [14]. В соответствии с этим методом вводятся в поле течения двухфазной среды линии тока, которые в условиях стационарности потока совпадают с поверхностями равных расходов. В случае осесимметричных течений поверхности равных расходов вводятся как функции продольной координаты: $y_k = y_k(x_1)$, $k = \overline{0, N+1}$. При этом компоненты скорости среды на введенных поверхностях тоже являются

функциями координаты x_1 : $U_k = U[x_1, y_k(x_1)]$,

$V_k = V[x_1, y_k(x_1)]$. Линии y_0 и y_{N+1} совпадают с границами криволинейного канала или с поверхностями осажденной массы. Задачу расчета течения двухфазной среды между криволинейными стенками теперь можно свести к численному определению линии тока и полей скоростей на них.

Решение задачи (4)–(7) изложено и приведено в работах [6, 13]. Поэтому этот вопрос повторно в данной работе рассматривать не будем.

Система уравнений (4)–(7) позволяет определить положения линий поверхностей равных расходов и поле скоростей на них, которая может быть решена одним из известных численных методов, например, методом Рунге-Кутты. После определения поля скоростей $\bar{V}$ или $\bar{V}_1$ по уравнения (2) можно приступить к вычислению поля скоростей движения частиц $\bar{V}_2$ и траекторию движения дисперсной фазы.

Уравнение движения дисперсной частицы удобней рассматривать в неинерциальной системе координат, движущейся с макроскопической

скоростью несущей фазы $\bar{V}_1$ и ускорением $d_2 \bar{V}_1 / dt$, в которой пробная частица движется со скоростью $\bar{W}_{12} = \bar{V}_1 - \bar{V}_2$ и ускорением $d_2 \bar{W}_{12} / dt$ [11]. Сила межфазного взаимодействия $\bar{f}_{12}$ состоит из нескольких компонентов. В предположении малости числа Рейнольдса, характеризующего режим осаждения частицы дисперсной фазы, силами присоединенных масс и Магнуса можно пренебречь. Для определения эффективной вязкости среды $\mu(\alpha_2)$ и силы межфазного взаимодействия $\bar{f}_{12}$ можно использовать результаты работ [11, 15–16]. Тогда силу межфазного взаимодействия можно представить в виде суммы силы вязкого трения и выталкивающей силы Архимеда [11]

$$\bar{f}_{12} = \frac{4\pi a^3}{3} \rho_1^0 \left(\frac{d\bar{V}_1}{dt} - \bar{F} \right) + C_\mu \pi a^2 \frac{\rho_1^0 w^2}{2} \frac{\bar{W}_{12}}{w}, \quad (8)$$

где $w = |\bar{W}_{12}|$ – модуль относительной скорости дисперсной частицы. В рассматриваемом режиме осаждения влиянием инерционных эффектов на возникновение выталкивающей силы пренебрегаем. От числа частиц перейдем к объемной концентрации. Тогда, после подстановки выражения (8) в уравнение (2), оно для ньютоновской несущей среды приводится к виду [11]

$$\frac{d\bar{V}_2}{dt} = k \bar{W}_{12}^2 + \left(1 - \frac{\rho_1^0}{\rho_2^0} \right) \bar{F}, \quad (9)$$

где $k = 0,75 C_\mu \rho_1^0 / (\rho_2^0 d)$.

Численные расчеты

Для реализации численных расчетов необходимо определить форму вставок тарельчатого сепаратора и выбрать соответствующую систему координат. Пусть вставки сепаратора имеют параболическую форму и описываются уравнениями $f(R) = aR^m$ и $s(R) = aR^m + b$. Тогда характеристики канала можно вычислить по формулам

$$\int_0^R \sqrt{1 + a^2 m^2 R^{2m-2}} dR - x = 0,$$

$$h = \sqrt{(R_B - R_A)^2 + (aR_B^m + b - aR_A^m)},$$

$$ma^2 R_B^{2m-1} + R_B + ma(b - aR_A^m) R_B^{m-1} - R_A = 0.$$

Формулу для вычисления угла между нормали к поверхности и радиуса вращения получим в виде

$$\beta = \arcsin \left(\left(1 + a^2 m^2 R^{2m-2} \right)^{-1/2} \right).$$

Алгоритм численных расчетов геометрических характеристик рабочей зоны изложен в работах [6, 13].

Выберем ортогональную систему координат $(x_1 = x, x_2 = y, x_3 = \varphi)$ с коэффициентами Ляме $H_1 = 1, H_2 = 1, H_3 = r$. Перейдем к безразмерным переменным

$$\tilde{x} = x/(h_* \text{Re}), \quad \tilde{y} = y/h_*, \quad \tilde{R} = R/(h_* \text{Re}),$$

$$\tilde{U} = U / U_*, \quad \tilde{V} = V \operatorname{Re} / U_*, \quad \tilde{P} = P / (\rho U_*^2),$$

$$\tilde{h} = h / h_*, \quad \tilde{d} = d / h_*, \quad \tilde{t} = t U_* / (h_* \operatorname{Re}),$$

$$\operatorname{Re} = h_* U_* \rho / \mu, \quad \operatorname{Fr} = U_*^2 / (h_*^2 \omega^2)$$

В безразмерных переменных для данной системы координат векторное уравнение (9) запишется в виде следующих скалярных уравнений

$$\frac{du}{dt} = k(U - u)^2 \operatorname{Re} - r \sin \beta \left(1 - \frac{\rho_1^0}{\rho_2^0} \right) \frac{\operatorname{Re}^2}{\operatorname{Fr}}, \quad (15)$$

$$\frac{dv}{dt} = k(V - v)^2 - r \cos \beta \left(1 - \frac{\rho_1^0}{\rho_2^0} \right) \frac{\operatorname{Re}^3}{\operatorname{Fr}}. \quad (16)$$

Построенные уравнения позволяют вычислять значения компонентов скоростей движения дисперсных частиц u и v . По известным компонентам скоростей u и v траектория движения частиц рассчитывается с помощью уравнений

$$\frac{dx}{dt} = u, \quad (17)$$

$$\frac{dy}{dt} = v. \quad (18)$$

Уравнения (15)-(18) решаются совместно методом Рунге-Кутты при заданных начальных условиях $u(0) = u_0$, $v(0) = v_0$, $x(0) = x_0$, $y(0) = y_0$.

При реализации численных расчетов по системе уравнений (15)-(18) проверялись устойчивость и сходимость численных результатов по соответствующим критериям.

Обсуждение результатов

Для удобства обсуждения результатов начало координат было перенесено к периферии канала, направление оси X изменено на противоположное. Поверхности равных расходов были обозначены, согласно направлению координатной оси Y , начиная с верхней вставки. Были проведены численные расчеты геометрических характеристик сепаратора. При увеличении значения коэффициента A расстояние между вставками монотонно уменьшается. Влияние показателя степени m на величину зазора между вставками имеет двоякий характер. На начальном участке, где радиус вращения имеет небольшие значения, при увеличении m поперечный размер канала возрастает. При значительных размерах радиуса, увеличение m приводит к уменьшению расстояния между стенками. Влияние этих же параметров на угол β имеет монотонный характер, при их увеличении и центробежной силы угол между нормалью к поверхности и направляющим вектором центробежной силы β уменьшается.

На рисунках 2-4 представлены некоторые результаты численных расчетов траектории осаждения дисперсных частиц. Траектория отсчитывалась от поверхности нижней стенки в начале канала. Расчеты проводились в приведенных выше безразмерных величинах. Осаждение дисперсных частиц происходит под действием центробежной силы. Траектории осаждения при разных значениях скорости вращения представлены

на рисунке 2. С увеличением центробежной силы скорость осаждения частиц увеличивается, но при этом одновременно будет возрастать и продольная скорость движения двухфазной среды, что может привести уносу частиц. Интенсивность разделения гетерогенных сред сильно зависит от реологических и физических характеристик составляющих фаз. При увеличении вязкости несущей фазы скорость осаждения частиц уменьшается, т.к. растет сопротивление движению частиц. Результаты расчетов представлены в виде зависимости траектории движения частиц от числа Рейнольдса (рис. 3). На рисунке 4 показано влияние разности плотностей фаз на кривые осаждения. Разность плотностей фаз сильно влияет на разделение смеси.

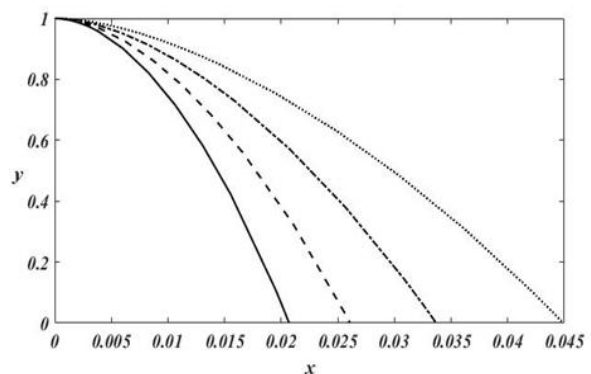


Рис. 2 – Влияние скорости вращения на траекторию осаждения частиц при значениях $\rho_1^0 = 1000 \text{ кг/м}^3$, $\rho_2^0 = 2000 \text{ кг/м}^3$, $d=0.04$, $\operatorname{Re}=100$: $\operatorname{Fr}=4$ – пунктирная линия, $\operatorname{Fr}=2,78$ – штрихпунктирная линия, $\operatorname{Fr}=2,04$ – разрывная линия, $\operatorname{Fr}=1,56$ – сплошная линия

Fig. 2 – Effect of rotation speed on particle deposition trajectory at values $\rho_1^0 = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\rho_2^0 = 2000 \text{ kg/m}^3$, $d=0.04$, $\operatorname{Re}=100$: $\operatorname{Fr}=4$ - dashed line, $\operatorname{Fr}=2.78$ - dashed line, $\operatorname{Fr}=2.04$ - broken line, $\operatorname{Fr}=1.56$ - solid line

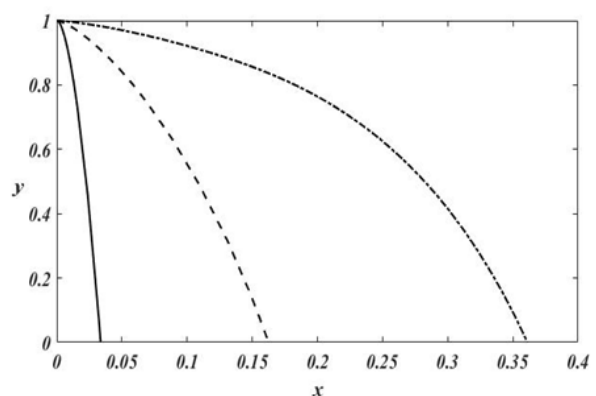


Рис. 3 – Влияние вязкости среды на траекторию осаждения частиц при значениях $\rho_1^0 = 1000 \text{ кг/м}^3$, $\rho_2^0 = 2000 \text{ кг/м}^3$, $d=0.04$, $\operatorname{Fr}=2,78$: $\operatorname{Re}=33$ – штрихпунктирная линия, $\operatorname{Re}=50$ – разрывная линия, $\operatorname{Re}=100$ – сплошная линия

Fig. 3 – Effect of medium viscosity on particle deposition trajectory at values $\rho_1^0 = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\rho_2^0 = 2000 \text{ kg/m}^3$, $d=0.04$, $\operatorname{Fr}=2.78$: $\operatorname{Re}=33$ - dashed line, $\operatorname{Re}=50$ - broken line, $\operatorname{Re}=100$ - solid line

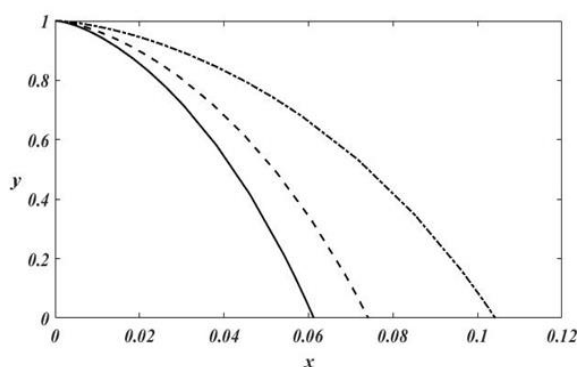


Рис. 4 – Влияние разности плотностей фаз на траекторию осаждения частиц при значениях $\rho_1^0 = 1000 \text{ кг/м}^3$, $\text{Re}=100$, $\text{Fr}=2,78$: $\rho_2^0 = 1250 \text{ кг/м}^3$ – штрихпунктирная линия, $\rho_2^0 = 1500 \text{ кг/м}^3$ – разрывная линия, $\rho_2^0 = 1750 \text{ кг/м}^3$ – сплошная линия

Fig. 4 – Effect of phase density difference on the particle deposition trajectory at values $\rho_1^0 = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\text{Re}=100$, $\text{Fr}=2,78$: $\rho_2^0 = 1250 \text{ kg/m}^3$ - dashed line, $\rho_2^0 = 1500 \text{ kg/m}^3$ - broken line, $\rho_2^0 = 1750 \text{ kg/m}^3$ - solid line

Регулируя изменение выше перечисленных факторов можно повысить эффективность разделения двухфазной среды и можно поставить задачу оптимизации работы сепараторов. Результаты численных расчетов согласуются с данными приведенными в работах [4-6, 17].

Заключение

Построенная математическая модель позволяет описать течения двухфазных сред в сепараторах с криволинейными вставками с использованием адаптированного метода поверхностей равных расходов. Установлены закономерности влияния параметров параболоида вращения, реологических и физических характеристик среды и центробежной силы потоку жидкостей и на процесс разделения двухфазных смесей. Были проведены численные расчеты траектории осаждения дисперсных частиц. Результаты компьютерного моделирования течения могут быть использованы при расчете различных технологических процессов, связанных с разделением двухфазных сред.

Литература

1. P.G. Romankov, S.A. Plyushkin, *Zhidkostnyye separatory (Liquid Separators)*. Leningrad: Mashinostroenie. 1976.
2. Т.А. Малиновская, А.А. Кобринский, О.С. Кирсанов, В.В. Рейнфарт, *Разделение суспензий в химической промышленности*. Москва: Химия. 1983.
3. V.G.Zhukov, V.M.Chesnokov, Pressure in a thin-layer liquid flow of a disc stack centrifugal separator, *Theor.Found.Chem.Eng.*, **50**, 6, 683-693 (2016).
4. E.V. Semenov, A.A. Slavjanskij, A.V. Karamzin "For the calculation of hydrodynamic characteristics of disc separator" *Khranenie Pererab. Sel'khozsyrya*, 6, 166-176 (2020).
5. E.V. Semenov, A.A. Slavjanskij, N.N. Lebedeva, "pecific features of the process of centrifugal separation of a liquid

system in a separator with double-curvature inserts, *Khim. Neftegazov. Mashinostr.*, 3, 3-7 (2019).

6. R.I. Ibyatov, F.G. Akhmadiev, Mathematical Modeling of the Flow of Two-Phase Media in Disc Stack Separators with Curvilinear Discs, *Theor. Found. Chem. Eng.*, **57**, 4, 489-496 (2023).
7. R.I. Ibyatov, F.G. Akhmadiev, L.P.Kholpanov, Flow of a multiphase medium over a permeable surface with formation of sediment, *J.Eng.Phys.Therm.*, **78**, 2, 65-74 (2005).
8. R.I. Ibyatov, F.G. Akhmadiev, L.P.Kholpanov, I.G. Bekbulatov, Mathematical modeling of the flow of a multiphase heterogeneous medium in a permeable channel, *Theor. Found. Chem. Eng.*, **41**, 5, P. 490-499 (2007).
9. A.G. Bagautdinova, Ya.D. Zolotonosov, Mathematical model of the coupled problem of heat transfer in turbulent flow in channels of complex geometry. *News KSUAE*, **24**, 2, 157-167 (2015).
10. F.G. Akhmadiev, I.V. Malanichev, Reducing of pressure losses in ventilation ducts based on the solution of the structural and parametric optimization problem. *News KSUAE*, **50**, 4, 271-278 (2019).
11. R.I.Nigmatullin, *Dynamics of Multiphase media*. Moscow: Nauka. 1987. Part 1.
12. F.G. Akhmadiev, R.R. Fazylzyanov, R.A.Galimov, Mathematical modeling of nonisothermal thin-film two-phase over permeable surfaces, *Theor.Found.Chem.Eng.*, **46**, 6, 583-593 (2012).
13. R. I. Ibyatov, F.G. Akhmadiev, Computer Simulation of the Flow of Two-Phase Media in Channels and Pipes of Complex Geometric Shape, *Lobachevski journal of mathematic*, **44**, 5, 1679-1685 (2023).
14. L.P. Kholpanov and V.Ya.Shkadov, *Hydrodynamic and heat and mass transfer with free surface*. Moscow: Nauka. 1990.
15. G.I. Kelbaliyev, Drag coefficients of variously shaped solid particles, drops, and bubbles, *Theor. Found. Chem. Eng.*, **45**, 3, 248-266 (2011).
16. O.M. Sokovnin, N.V. Zagorskina, S.N. Zagoskin, "Hydrodynamics of the motion of spherical particles, droplets, and bubbles in a non-Newtonian liquid: analytical methods of investigation," *Theor. Found. Chem. Eng.*, **46**, 3, 199-212 (2012).
17. L.P. Kholpanov, R.I.Ibyatov, Simulation of the hydrodynamics of multiphase heterogeneous media in a centrifugal field, *Theor.Founf.Chem.Eug.*, **43**, 5, 629-641 (2009).

References

1. P.G. Romankov, S.A. Plyushkin, *Zhidkostnyye separatory (Liquid Separators)*. Leningrad: Mashinostroenie. 1976.
2. T.A. Malinovskaya, A.A. Kobrinsky, O.S. Kirsanov, V.V. Reinfart, *Separation of suspensions in the chemical industry*. Moscow: Khimiya. 1983.
3. V.G.Zhukov, V.M.Chesnokov, Pressure in a thin-layer liquid flow of a disc stack centrifugal separator, *Theor.Found.Chem.Eng.*, **50**, 6, 683-693 (2016).
4. E.V. Semenov, A.A. Slavjanskij, A.V. Karamzin "For the calculation of hydrodynamic characteristics of disc separator" *Khranenie Pererab. Sel'khozsyrya*, 6, 166-176 (2020).
5. E.V. Semenov, A.A. Slavjanskij, N.N. Lebedeva, "pecific features of the process of centrifugal separation of a liquid system in a separator with double-curvature inserts, *Khim. Neftegazov. Mashinostr.*, 3, 3-7 (2019).
6. R.I. Ibyatov, F.G. Akhmadiev, Mathematical Modeling of the Flow of Two-Phase Media in Disc Stack Separators with Curvilinear Discs, *Theor. Found. Chem. Eng.*, **57**, 4, 489-496 (2023).

7. R.I. Ibyatov, F.G. Akhmadiev, L.P.Kholpanov, Flow of a multiphase medium over a permeable surface with formation of sediment, *J.Eng.Phys.Therm.*, **78**, 2. 65-74 (2005).
8. R.I. Ibyatov, F.G. Akhmadiev, L.P.Kholpanov, I.G. Bekbulatov, Mathematical modeling of the flow of a multiphase heterogeneous medium in a permeable channel, *Theor. Found. Chem. Eng.*, **41**, 5, P. 490-499 (2007).
9. A.G. Bagautdinova, Ya.D. Zolotonosov, Mathematical model of the coupled problem of heat transfer in turbulent flow in channels of complex geometry. *News KSUAЕ*, **24**, 2, 157-167 (2015).
10. F.G. Akhmadiev, I.V. Malanichev, Reducing of pressure loses in ventilation ducts based on the solution of the structural and parametric optimization problem. *News KSUAЕ*, **50**, 4. 271-278 (2019).
11. R.I.Nigmatullin, Dynamics of Multiphase media. Moscow: Nauka. 1987. Part 1.
12. F.G. Akhmadiev, R.R. Fazylzyanov, R.A.Galimov, Mathematical modeling of nonisothermal thin-film two-phase over permeable surfaces, *Theor.Found.Chem.Eng.*, **46**, 6, 583-593 (2012).
13. R. I. Ibyatov, F.G. Akhmadiev, Computer Simulation of the Flow of Two-Phase Media in Channels and Pipes of Complex Geometric Shape, *Lobachevski journal of mathematic*, **44**, 5, 1679-1685 (2023).
14. L.P. Kholpanov and V.Ya.Shkadov, Hydrodynamic and heat and mass transfer with free surface. Moscow: Nauka. 1990.
15. G.I. Kelbaliyev, Drag coefficients of variously shaped solid particles, drops, and bubbles, *Theor. Found. Chem. Eng.* **45**, 3, 248-266 (2011).
16. O.M. Sokovnin, N.V. Zagoskina, S.N. Zagoskin, "Hydrodynamics of the motion of spherical particles, droplets, and bubbles in a non-Newtonian liquid: analytical methods of investigation," *Theor. Found. Chem. Eng.* **46**, 3, 199-212 (2012).
17. L.P. Kholpanov, R.I.Ibyatov, Simulation of the hydrodynamics of multiphase heterogeneous media in a centrifugal field, *Theor.Founf.Chem.Eug.* **43**, 5, 629-641 (2009).

© **Р. И. Ибятков** – профессор, доктор технических наук, зав.каф. Физики и математики (ФМ), Казанский государственный аграрный университет (КГАУ), r.ibjatov@mail.ru; **Ф. Г. Ахмадиев** – доктор технических наук, профессор кафедры Информационных систем и технологий, Казанский государственный архитектурно-строительный университет, Казань, Россия, Akhmadiev@kgasu.ru; **А. Н. Зиннатуллина** – кандидат технических наук, доцент кафедры ФМ, КГАУ, Zinnatullina-alsu@mail.ru; **Н. Г. Киселева** – кандидат сельскохозяйственных наук, доцент кафедры ФМ, КГАУ, tng1975@mail.ru.

© **R. I. Ibjatov** – Doctor of Sciences (Technical Sci), Professor, Head of the department of Physics and Mathematics (PM), Kazan State Agrarian University (KSAU), r.ibjatov@mail.ru; **F. G. Akhmadiev** – Doctor of Sciences (Technical Sci), Professor of the department of Information Systems and Technologies of Kazan State University of Architecture and Engineering, Kazan, Russia, Akhmadiev@kgasu.ru; **A. N. Zinnatullina** – PhD (Technical Sci.), Associate Professor of the PM department, KSAU, Zinnatullina-alsu@mail.ru; **N. G. Kiseleva** – PhD (Agricultural Sci.), Associate Professor of the PM department, KSAU, tng1975@mail.ru.

Дата поступления рукописи в редакцию – 28.02.25.

Дата принятия рукописи в печать – 15.03.25.