Подавляющее большинство современных промышленных экструдеров, применяемых для шприцевания резинотехнических смесей, оснащены регулируемыми электроприводами переменного тока червяка. Благодаря применению систем векторного управления в составе данных электроприводов появилась возможность раздельного управления скоростью и моментом приводного двигателя и, соотвественно, крутящим моментом и скоростью вращения червяка. Как показывает анализ реологических и энергосиловых параметров процесса экструзии [1,2,3], указанное преимущество таких систем позволяет оптимизировать процесс по критериям максимального качества, производительности и минимального энергопотребления. Управление параметрами червяка (скоростью и моментом на валу) требует определения оптимальных значений варьируемых величин, поддержание значения которых обеспечило бы оптимальный режим всего процесса экструзии. В условиях экструзии полимерных материалов это представляет многокритериальную задачу с определением оптимальных значений нескольких варьируемых параметров. Данная задача может быть решена путем применения алгоритмов оптимизации, основанных на использовании производных и текущих значений минимизируемой функции нескольких параметров, при этом на варьируемые параметры должны быть наложены ограничения в виде параметрических границ. В этих условиях расчёт оптимального режима экструзии представляет собой математическую неопределённую задачу со многими возможными решениями. Решение оптимизационной задачи позволяет определить значения варьируемых параметров червяка, при которых обеспечивается удовлетворительный процесс экструзии с требуемым качеством шприцуемого изделия. В общем случае задача параметрической оптимизации может быть сформулирована в следующем виде [5].Требуется найти вектор , обеспечивающий минимизацию целевой функции minФ(x), при ограничениях: gi()=0, i=1,2 gi()0, i=1,2,...m; (1) , где – вектор оптимизируемых параметров (); Ф() – скалярная целевая функция (критерий) векторного аргумента (Ф():); gi() – также некоторые скалярные функции векторного аргумента; R п - n - мерное пространство искомых переменных. При необходимости задача максимизации сводится к задаче минимизации заменой Ф() на (минус) – Ф(x). Эффективность и точность решения данной задачи зависит как от числа параметров и ограничений, так и от вида целевой функции. Существующие алгоритмы оптимизации могут быть разделены на две группы — алгоритмы, базирующиеся на использовании производных минимизируемой функции (градиентные методы, в том числе методы второго порядка) и алгоритмы, использующие текущие значения функции (безградиентные методы). К числу последних относится, например, симплексный метод Нелдера— Мида, пригодный для минимизации нелинейных и разрывных функций. Градиентные методы (методы первого порядка) эффективны в случаях целевых функций, непрерывных вместе с первыми производными. Методы второго порядка, такие как метод Ньютона, применяются реже, поскольку требуют больших вычислительных затрат для расчета матриц вторых производных. Классический метод Ньютона использует так называемый гессиан функции. Шаг метода определяется произведением матрицы, обратной к гессиану, на градиент функции. Если функция является положительно определенной квадратичной формой, то за один шаг данного метода мы окажемся в её минимуме. В случае знаконеопределенной квадратичной формы, у которой нет минимума, решение сходится к «седловой точке» или к максимуму. Результатом служит стационарная точка в виде квадратичной формы. Квази-ньютоновские методы решают эту проблему следующим образом: вместо гессиана используется его положительно определенная аппроксимация. Если гессиан положительно определен, то совершаем шаг по методу Ньютона. Если гессиан знаконеопределен, то перед совершением шага по методу Ньютона гессиан модифицируется так, чтобы он был положительно определен. Смысл данного подхода в том, что шаг всегда совершается в направлении убывания функции. В случае, если гессиан положительно определен, мы используем его для построения квадратичной аппроксимации поверхности, что должно ускорить сходимость. Если гессиан знаконеопределен, то мы заведомо движемся в направлении убывания функции. Градиентные методы используют информацию о наклоне функции для выбора направления поиска экстремума. В одном из таких методов – наискорейшего спуска – на каждой итерации движение к точке минимума осуществляется в направлении где – вектор-градиент целевой функции Этот метод оказывается неэффективен в ситуациях, когда поверхность целевой функции имеет узкие «овраги», как, например, у известной функции Розенброка. В случае многофункционального процесса экструзии задача оптимизации сводится к поиску минимума целевой функции переменных процесса . По сути, эта задача равносильна нахождению нуля градиента . Применяя метод Ньютона для многомерной системы, получим [6]: ,, (2) где – гессиан функции , в виде итераций это выражение примет вид: . (3) Поиск решения продолжается до тех пор, пока не выполнится условие , (4) где - заданная точность вычисления. Для поиска оптимального вектора свободных параметров целесообразно использовать задачу о наименьших квадратах, формулируемую в виде [7]: . (5) В данном случае градиент и матрица Гессе имеют вид: (6) где , – матрица Якоби вектор-функции , – матрица Гессе для ее компоненты . А направление поиска определится из системы: (7) . Или в более компактном виде: . (8) Откуда итерационный процесс: . (9) Однако, как ранее отмечалось, вычисление гессиана на каждой итерации сопряжено с трудоемкой операцией вычисления матрицы производных второго порядка. Одной из модификаций метода является метод Гаусса-Ньютона, строящийся на положении о том, что слагаемое доминирует над . Тогда можно записать: . (10) Таким образом, когда норма близка к нулю, а матрица имеет полный столбцевой ранг, направление мало отличается от ньютоновского (с учётом), и метод может достигать квадратичной скорости сходимости, хотя вторые производные и не учитываются. Улучшением метода является алгоритм Левенберга – Марквардта.[6] Согласно данному алгоритму направление поиска определяется из системы: , (11) где I – единичная матрица, — параметр алгоритма, определяемый в процессе линейной (скалярной) оптимизации вдоль выбранного направления. Отсюда направление поиска: .(12) Преимуществом алгоритма является возможность выбора , который можно осуществлять, делая его значение достаточным для монотонного спуска по функции F(x). То есть можно увеличивать данный параметр до тех пор, пока не будет достигнуто условие. Указанные операции можно осуществить с применением ЭВМ. Для поиска минимума целевой функции использован алгоритм Левенберга – Марквардта, реализованный в пакете Mathcad 13 с помощью встроенной функции «Minimize». В пакете под J(x) понимается матрица-якобиан размером mxn, то есть матрица первых частных производных вектор-функции Ф(x) по векторному аргументу x, а не определитель этой матрицы, как обычно принято в математической литературе [5]. Для случая производства резинотехнических полуфабрикатов путем экструзии задача параметрической оптимизации решается отысканием оптимального скоростного и температурного режима машины с заданными конструктивными параметрами. Поскольку геометрические размеры машины и свойства смесей не подлежат изменению, число варьируемых параметров уменьшается, что заметно упрощает многокритериальную задачу оптимизации. В этом случае задача параметрической оптимизации сводится к отысканию набора механических параметров червяка, являющегося оптимальным в смысле некоторых критериев. При этом на варьируемые параметры наложены ограничения в виде параметрических границ. В качестве примера рассмотрим задачу параметрической оптимизации процесса экструзии в шприцмашине МЧТ-250. Данная машина используется при переработке резиновой смеси 4НК-971 в составе поточной линии по производству протекторов ИРУ-16Б на ООО «Нижнекамский завод грузовых шин». К числу исходных параметров задачи следует отнести реологические константы перерабатываемой смеси, а так же геометрические размеры шприцмашины: t=0,25м – шаг винтовой нарезки червяка; D=0,25м – диаметр червяка; hср =0,05м – средняя глубина винтового канала червяка; i=2 – число заходов червяка; φ=0,3рад – угол подъема винтовой нарезки; B=0,104м – аксиальная ширина канала червяка; δ =0,0008м – зазор между гребнем червяка и цилиндром; e=0,013м – ширина лопасти винтовой нарезки червяка; L1=1,05м – эффективная длина нарезной части червяка; l0=0,67м– длина зоны дозирования; w=0,8м – ширина щели формующей головки; L=0,31м – длина формующей головки; h=0,035м – средняя высота щели формующей головки; n=0,225 – средний индекс течения полимера;

c=2200Дж/(кг К) – теплоемкость смеси; μ_0=2000000Па с– начальная (ньютоновская) вязкость смеси; G=200000Па – модуль упругости перерабатываемого материала; M_w=120000 а. е. м. – среднемассовая молекулярная масса полимера; A_η=0,0025 Па с – коэффициент молекулярного состава смеси; Q_n= 0,00074 м3/с– номинальная производительность экструдера; $A_э$=0,0002852 м3/с2 – геометрическая постоянная экструдера; R= 8,31 Дж/(моль К) – универсальная газовая постоянная. A_t=100 – коэффициент теплового рассеяния. При отыскании оптимального режима учитывалась возможность изменения частоты вращения электродвигателя с помощью задатчика скорости на пульте управления, а также предварительного разогрева резиновые смеси до необходимой температуры перед вводом в экструдер. В качестве варьируемых параметров принимались значения скорости вращения рабочего вала $\omega_ш$, момента на валу червяка $M_ш$ и температуры разогретой смеси T_i. Пределы изменения варьируемых параметров: 0 $\omega_ш$ 8 (рад/с), 333 T_i 373 (К), 500