

Постановка и метод решения задачи В геометрически нелинейной постановке решена задача напряжённо-деформированного состояния и устойчивости упругой пологой цилиндрической панели. Размеры плана панели и толщина показаны на рис.1. Криволинейные края и панели свободно опираются на гладкие полусферические поверхности. Поперечная сила приложена статически в центре поверхности панели и распределена по малой площадке. Такие панели являются элементом кнопочного переключателя, для которого важно знать величины верхней и нижней критических сил. Рис. 1 – Прямоугольная в плане цилиндрическая панель Особенностью деформирования панели со свободно опёртыми краями является то, что потеря устойчивости происходит с большими прогибами. Теория среднего изгиба пологих изотропных оболочек с достаточной точностью описывает напряжённо-деформированное состояние и явление устойчивости оболочки, если она является тонкой ($h/R \ll 1$), а высота стрелы подъёма на порядок меньше размера (рис.2). Геометрические и физические зависимости теории оболочек при больших прогибах содержатся в монографиях [1, 2]. Уравнения равновесия цилиндрической оболочки с учётом несовершенств формы имеются в работах [3, 4]. Поскольку края панели могут свободно смещаться в направлении осей то краевые условия проще выразить через функцию напряжений. Рис. 2 – Сечение панели Тогда условие равновесия и совместности деформаций предпочтительно использовать в виде двух дифференциальных уравнений четвёртого порядка: (1) . Здесь – прогиб, – функция напряжений, – модуль упругости, – коэффициент Пуассона, – радиус кривизны срединной поверхности панели, – интенсивность распределённой поперечной силы. Условия свободных краёв записываются в виде: (2) В точках опирания панели и прогиб равен нулю. В угловых точках сдвигающие усилия и крутящие моменты отсутствуют: (3) Система дифференциальных уравнений (1) с краевыми условиями (2), (3) решалась методом конечных разностей. Аппроксимация производных принята с погрешностью порядка квадрата шага сетки, а для нелинейных составляющих уравнений – с повышенной точностью аппроксимации. Учитывая симметрию деформирования панели, достаточно рассматривать четвертую часть её поверхности, на которую была нанесена сетка с числом делений 12×6 . Таким образом, задача была сведена к решению нелинейной системы разностных уравнений 162 порядка. Для решения системы нелинейных разностных уравнений применялся метод общей итерации [2]. Для построения зависимости «прогиб – поперечная сила» ведущим параметром был принят прогиб в центре панели. Результаты вычислений На рис.3 построены зависимости «прогиб центра – поперечная сила» для трёх примеров. Рис. 3 – Зависимости «прогиб – поперечная сила» Пример 1. Панель имеет следующие размеры и упругие характеристики: $R = 20\text{мм}$; $h = 10\text{мм}$; $\nu = 0,4$; $E = 0,1\text{мм}$; $\sigma = 2 \cdot 10^5\text{МПа}$; $\alpha = 0,3$. При медленном возрастании поперечной силы от нуля до верхней критической $0,193\text{Н}$ прогиб в центре панели увеличивается от нуля до

0,28мм (кривая 1). Затем происходит перестройка равновесной формы панели хлопком: прогиб центра значительно увеличивается, а угловые точки приподнимаются. При уменьшении силы от 1,93Н до 1,1Н прогиб центра уменьшается до 1,1мм. При силе 1,1Н происходит обратный выхлоп: панель принимает первоначальную равновесную форму, а прогиб в центре панели будет равен 0,08мм. Таким образом, по кривой 1 можно определить верхнюю = 1,93Н и нижнюю = 1,1Н критические силы. Пример 2. Размеры и упругие характеристики панели: $a = 20\text{мм}$; $b = 10\text{мм}$; $h = 0,5\text{мм}$; $\delta = 0,08\text{мм}$; $E = 2 \cdot 10^5 \text{МПа}$; $\nu = 0,3$. Критические силы: $F_{\text{верх}} = 1,38\text{Н}$; $F_{\text{ниж}} = 0,41\text{Н}$ (кривая 2). Пример 3. Панель имеет такие же размеры и упругие характеристики как в примере 2. Однако сферические опоры смещены от краёв к центру панели. Расстояние между опорами 16,7мм. Критические силы: $F_{\text{верх}} = 1,84\text{Н}$; $F_{\text{ниж}} = 0,68\text{Н}$ (кривая 3). Выводы и рекомендации Для анализа полученных результатов введём безразмерный параметр кривизны. Его можно найти, зная стелу подъёма, размер плана и толщину панели: $\lambda = \frac{a^2}{h} \cdot \delta$; (рис.2). При увеличении параметра кривизны верхняя критическая сила повышается, а нижняя – уменьшается. Для кнопочных переключателей желательно подобрать соотношение между верхней и нижней критическими силами. При отношении плана панели и опирании её по криволинейным краям это достигается, если безразмерный параметр кривизны $\lambda = 42$. Зная этот параметр, можно подобрать толщину и стрелу подъёма.