

Рассматривается задача равновесного состояния вала гидростатического подшипника-уплотнения (ГСПУ, Рис. 1), находящегося под нагрузкой, направленной по оси ОХ. Равновесное состояние вала определяется параметрами - эксцентриситетом вала (величиной смещения оси вала от оси подшипника) и - углом эксцентриситета, отсчитываемым от оси ОХ. Сами эти параметры зависят, в свою очередь, от величины нагрузки на вал и от распределения давления в тонком смазочном слое между валом и втулкой подшипника. Рис. 1 – Схема ГСПУ: 1 – втулка подшипника, 2 – вал подшипника, 3 – гидростатические камеры, 4 – дросселирующие элементы

Математическая постановка задачи

Математически задача формулируется в изотермической постановке в безразмерных величинах следующим образом.

1. Распределение давления в тонком смазочном слое будем описывать, следуя [1,2], классическим уравнением Рейнольдса. Пусть Ω - область, соответствующая рабочей поверхности подшипника с границами Γ и Γ_0 (- торцы подшипника). Область содержит непересекающиеся подобласти Ω_i , соответствующие гидростатическим камерам с границами Γ_i , Γ_{i+1} . Тогда функция p - распределение давления в тонком смазочном слое считается удовлетворяющей уравнению Рейнольдса:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r h^3 \frac{dp}{dr} \right) = 6 \mu \omega$$
 (1) Здесь μ - вязкость смазки (в изотермической постановке постоянна), ω - величина, характеризующая скорость вращения вала, r - геометрические параметры подшипника, h - безразмерная величина зазора между валом и втулкой подшипника, ω - угловая скорость вращения вала.
2. На торцах подшипника давление считается заданным:

$$p|_{\Gamma_0} = p_0, \quad p|_{\Gamma} = p_1$$
 (2)
3. Давление в пределах каждой из гидростатических камер считается величиной постоянной, (3) определяемой уравнением баланса расхода смазочного вещества через гидростатические камеры, (4) где Q_i - поток смазочного вещества через дросселирующий элемент с номером i , зависит от конструкции дросселирующего элемента, давления подачи смазки и давления в самой гидростатической камере.
4. Для определения равновесного состояния вала (параметров e и θ) система уравнений (1)-(4) дополняется уравнениями:

$$\sum_{i=1}^n F_{xi} = 0, \quad \sum_{i=1}^n F_{yi} = 0$$
 (5), (6) где F_{xi} - проекция на ось ОХ (Рис. 1) сил давления на вал со стороны смазочного слоя, F_{yi} - безразмерная величина нагрузки на вал, направленной вдоль оси ОХ, есть горизонтальная составляющая (вдоль оси ОУ) сил давления на вал со стороны смазочного слоя.

Итерационный метод поиска угла равновесного положения вала В работе [4] дано доказательство существования хотя бы одного угла равновесного положения вала подшипника, то есть существование решения задачи (1)-(6). Нахождение этого угла сводится к отысканию нуля функции из (6) по при фиксированном эксцентриситете e , которое может быть проведено одним из традиционных методов таких, например, как метод хорд или метод деления отрезка пополам. В данной работе предлагается итерационный процесс для нахождения угла равновесного положения вала подшипника, учитывающий специфику решаемой задачи, а именно, -периодичность системы. Напомним [4, 5], что система (1)-(6) является -периодической, если для заданного существует

такое целое (n - число камер), что $\alpha_n < \alpha$, где R - оператор поворота поверхности цилиндра вокруг оси на заданный угол α . В следствии 1 из теоремы 2 работы [4] доказано, что для n -периодической системы (1)-(6) имеет место формула (7). Воспользуемся этим фактом. Введем функцию φ , которую можно интерпретировать как некий нелинейный интерполянт функции из (6), совпадающий с ней в силу формулы (7) в узлах интерполяции: $\varphi(\alpha_n) = \varphi_n$, где α_n - угол периодичности системы, n - любое целое. Итерационный процесс построим следующим образом. Пусть α_n - значение полученное на n -том шаге итерации. Тогда за приближение решения уравнения (6) примем ноль интерполянта φ , построенного по узлам α_n : $\varphi(\alpha_n) = \varphi_n$, (8) где φ_n - решение системы (1)-(4) при $\alpha = \alpha_n$. Интерполянт φ , построенный по системе узлов α_n , очевидно, даст нам более точную аппроксимацию функции в окрестности ее нуля, чем по системе узлов α_n . Этим, вероятно, и обеспечивается сходимость итерационного процесса (8). Разрешив уравнение (8) относительно α , получим окончательный вид итерационного процесса: Строгого доказательства сходимости данного итерационного процесса получить пока не удалось, однако, как показали численные эксперименты, имеет место квадратичная сходимость к углу равновесного положения вала подшипника.