

Введение Одним из первых пионерских работ посвященных изучению течений в изогнутых каналах являются работы W.R. Dean [1], G.S. Williams и др. [2], J.H. Grindley и A.H. Gibson [3], J. Eustice [4]. Получено, что из-за инерции жидкости, в дополнение к основному осевому потоку появляются вторичные течения, что вызвано дисбалансом между градиентом давления потока и центробежной силы. Изогнутые трубы являются одним из методов пассивного повышения теплоотдачи для увеличения производительности теплообменников. Например, Ru Yang, Pin Chiang [5] экспериментально получили, что за счет периодической изогнутости труб в теплообменном оборудовании коэффициент теплоотдачи может увеличиться на 100%, а коэффициент трения увеличивается меньше чем на 40%. Поэтому наряду с изучением чисто гидродинамических задач в искривленных каналах представляет научный интерес исследование комплексной задачи гидродинамики и теплообмена в изогнутых каналах. В частности Kalb и Seader [6] решил полные уравнения Навье-Стокса для анализа влияния кривизны на полностью развитый теплообмен в изогнутой трубе круглого сечения при постоянной температуре стенки. D. Goering, J.A.C. Humphrey [7] решили полные эллиптические уравнения Навье-Стокса и уравнение энергии для анализа влияния подъемной силы и кривизны на развитое ламинарное течение в нагретой горизонтальной изогнутой трубе. Zhang и др. в работе [8] исследовали совокупный эффект сил Кориолиса и центробежных сил на течение во вращающихся изогнутых трубах прямоугольного сечения. M.R.H. Nobarі и др. [9] численно изучены гидродинамика и теплообмен несжимаемой вязкой жидкости в изогнутой трубе кольцевого сечения. А.М. Бубенчиковым, Д.К. Фирсовым [10] разработан новый подход к дискретизации уравнений Навье-Стокса, описывающих течение в искривленном канале, преимуществом которого является построение невырожденной матрицы линейной системы уравнений, соответствующей предложенной разностной схеме, что делает алгоритм надежным и исключает фиктивные колебания расчетных величин по расчетной области. А.В. Фафуриным и Е.А. Фафуриной [11] исследована кинематическая структура закрученного потока, приведены результаты аналитического решения уравнений движения в проекциях на оси « x » и « y ». С.В. Ананиковым [12] решена задача Дирихле для стационарного ламинарного потока нагретой жидкости, движущейся в полубесконечном канале, поперечное сечение которого имеет форму равнобедренного прямоугольного треугольника. Получены соотношения для расчета температурного поля и локальных тепловых потоков на стенки канала. Как показывает анализ литературных источников, представленные работы исследуют главным образом процессы гидродинамики и теплообмена при течении вязкой жидкости в гладких неподвижных и вращающихся изогнутых каналах. Научный интерес представляет также исследование процессов гидродинамики и теплообмена при течении реологически сложных сред в

изогнутых каналах с закручивателем потока. Связано это с тем, что наличие закручивателя потока способствует уменьшению давления на внешнюю стенку изогнутого канала и интенсификации процессов теплообмена. В данной работе предложена математическая модель стационарного теплообмена и гидродинамики, описывающая трехмерное ламинарное течение вязких реологически сложных сред в изогнутых каналах с закручивателем потока. Математическая модель Изогнутые трубы являются составными частями трубопроводов, поэтому в работе рассматривается следующая геометрическая область, рис. 1.

Рис. 1. Геометрическая область. Вся геометрическую область определения неизвестных функций удобно разбить на четыре области: два прямолинейных участка (1, 4), изогнутый участок (3) с произвольным углом поворота и область с закручивателем потока (2), рис. 1.

Закручиватель потока представляет собой скрученную против часовой стрелки ленту. В области (1, 4) удобно использовать цилиндрическую систему координат. Системы уравнений, описывающие теплообмен и гидродинамику в прямолинейных каналах, в литературе достаточно широко представлены, например [13]. Для математического описания процесса теплопереноса в области 3 авторами настоящей статьи предложена система уравнений [14] в ортогональной криволинейной системой координат (r, θ, s) вида:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial T}{\partial s} \right) = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial s} \right) = 0, \quad (7)$$

где (r, θ) – полярные координаты произвольной точки в поперечном сечении изогнутого канала, s – координата произвольной точки изогнутого канала, характеризующая расстояние поперечного сечения, в котором расположена точка, от входа в канал, (x, y, z) – декартова система координат, a – радиус поперечного сечения канала, R – радиус кривизны изогнутого канала. Таким образом, актуальным представляется разработка математической модели, описывающей процессы теплообмена и гидродинамики при течении вязких реологически сложных сред в изогнутых каналах с закручивателем потока (область 2, рис.1)

Введем основные допущения: 1) Процесс теплообмена и гидродинамики при течении вязкой реологически сложной среды -стационарный; 2) Течение несжимаемой вязкой реологически сложной среды носит ламинарный характер; 3) Реологическое поведение сред характеризуется наличием нелинейно-вязких свойств; 4) Сечение канала имеет форму окружности и постоянно по всей длине; 5) Удельная теплоемкость, теплопроводность, плотность среды в ходе процесса не меняются; 6) Силы тяжести входят в уравнения неявно через избыточное давление. Математическая модель рассматриваемой задачи получена на основе уравнений термомеханики сплошных сред [15] и имеет следующий вид.

Уравнения неразрывности, движения и переноса энергии для реологически сложной среды в области 2:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial T}{\partial s} \right) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial s} \right) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial s} \right) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial w}{\partial s} \right) = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \rho}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \rho}{\partial \theta^2} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial \rho}{\partial s} \right) = 0, \quad (5)$$

где (r, θ, s) – винтовая система координат, (r, θ) – переменные цилиндрической системы координат; S – шаг винтового канала, u, v, w – основные компоненты вектора скорости (u, v, w перпендикулярны s , которая направлена вдоль винтовых линий), ρ – плотность,

теплоемкость и коэффициент теплопроводности среды, P – давление, T – температура. На совместных границах ставятся условия непрерывности гидродинамических и температурных полей, а также условия однозначности соответствия для локальных систем координат. В качестве условий однозначности взяты следующие граничные условия для скорости и температуры: - условие прилипания жидкости на стенках канала и поверхности закручивателя; - условие для температуры одного из трех видов: 1) граничное условие первого рода; 2) граничное условие второго рода; 3) граничное условие третьего рода; - среднерасходная скорость жидкости на входе в канал; - расход; - на выходе ставится гидродинамическое условие, - условие стабилизации температурного поля по длине канала. Зависимость для каждой конкретной среды определяются из соответствующих экспериментальных исследований и могут иметь различный характер. В представленной работе для описания зависимости вязкости взята модель Кутателадзе —Хабахпашевой [16]. В работе [17] представлен один из частных случаев модели Кутателадзе —Хабахпашевой, описывающий поведение 0,65% раствора Na-КМЦ. . (6) Заключение В данной работе предложена математическая модель, описывающая процессы теплообмена и гидродинамики при ламинарном течении вязких реологически сложных сред в изогнутых каналах с закручивателем потока.