Данная статья посвящена изучению теплоотдачи при стационарном течении теплоносителя через бесконечно-протяженный радиально-расходящийся канал при граничных условиях первого рода. Она продолжает серию работ [1-5] по изучению теплообмена при протекании теплоносителя в каналах различной формы и отличающихся условиях на границах. Актуальность решаемых задач обоснована в вышеуказанных опубликованных работах. Здесь решается та же задача, что и в [5], однако в качестве исходного принимается дифференциальное уравнение, учитывающее перенос тепла в радиальном направлении не только конвекцией, но и теплопроводностью. Это позволит расширить диапазон применимости полученных результатов и оценить влияние теплопроводности на точность вычислений в различных условиях. Постановка задачи идентична постановке, приведенной в [5]. Исходным уравнением теплообмена является дифференциальное уравнение Фурье-Кирчгофа записанное в цилиндрических координатах [6] (1) где - коэффициент температуропроводности жидкости. Уравнение неразрывности потока вязкой несжимаемой жидкости в этих же координатах (2) Уравнения (1), (2) для наших условий существенно упрощаются. Вследствие стационарности рассматриваемой задачи и осевой симметрии следует положить , Кроме того, по условию Тогда уравнение (2) примет вид (3) Интегрирование (3) дает выражение для средней скорости жидкости в радиально-расходящейся плоском канале. (4) Теперь можно в окончательном виде записать дифференциальное уравнение теплообмена и сформулировать граничные условия задачи с учетом (4) (5) где (6) (7) (8) (9) Таким образом в направлении координаты учитывается перенос теплоты как за счет конвекции, так и теплопроводности в то время как в направлении координаты - только за счет теплопроводности в пограничном слое. Принимается безразмерная температура . (10) Это приводит после учета (4) к краевой задаче (11) где (12) (13) (14) (15) Редуцирование (расщепление) (11) - (15) дает (16) Это позволяет прийти к двум краевым задачам для уравнений в частных производных, разрешимым методом разделения переменных (17) (18) (19) (20) (21) (22) (23) (24) (25) (26) После разделения переменных в (17) - (21) с помощью функции (27) получаются две краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений (28) (29) (30) (31) (32) (33) Здесь - константа разделения. Решение дифференциального уравнения (28) выражается через бесселевы функции мнимого аргумента первого и второго рода порядка [7] где Для удовлетворения граничному условию на бесконечности (30) следует положить так как при Тогда для функции необходимо удовлетворить условию (29). В итоге получено (34) Решение краевой задачи (31) - (33) будет (35) где Таким образом общее решение задачи (17) - (21) согласно (27), (34), (35), с учетом того, что , имеет вид (36) Следует заметить, что при решении краевой задачи (31) - (33) из характеристического уравнения было получено Однако в (35), (36) принято Это связано со следующим: во-первых при получается тривиальное решение для функции (35) не несущее какой-либо дополнительной информации; во-вторых, при функция равна бесконечности, поэтому Применение к (36) граничного условия (18) приводит к выражению Разложение единицы в ряд по синусам дает (37) где принято при Окончательно, выражение для запишется так (38) Задача (22) - (26) решается также методом разделения переменных. Однако здесь при разделении возникают некоторые нюансы. Поэтому для пояснения здесь приводится сама процедура разделения. Принимается (39) Подстановка (39) в (22) приводит к выражению Здесь после разделения переменных берется постоянная разделения , а не - , как общепринято. В противном случае задачу решить не удалось бы так как задача свелась бы к нахождению корней бесселевой функции , которая, как известно, не имеет положительных корней [8]. Это привело бы, в конечном счете, к вычислению бесселевой функции от отрицательного аргумента, что невозможно, поскольку имеет не целое, а дробное значение. Другими словами возведение отрицательного числа в дробную степень невозможно, поскольку, как известно, функции Бесселя представляют из себя ряды по степеням аргумента. Итак, в результате разделения переменных получаются две краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений. (40) (41) (42) (43) (44) (45) Общее решение дифференциального уравнения выражается через бесселевы функции действительного аргумента (46) где Удовлетворяя условию (41) следует в (46) положить Из условия (41) вытекает далее, что поскольку Тогда решение краевой задачи (40) - (42) будет (47) где Решением краевой задачи (43) - (45), с учетом выражения дляпредыдущей задачи, будет (48) На основании (39), (47), (48) получено (49) Теперь остается удовлетворить последнему граничному условию (25) и найти коэффициенты (50) Таким образом необходимо разложить функцию в ряд по функциям Бесселя. Умножение обеих частей (50) на и интегрирование в пределах от до дает (51) Предполагая возможность почленного интегрирования разложения, стоящего в правой части (51), при условии его абсолютной сходимости, можно записать (52) Доказательство ортогональности бесселевых функций и с весом на интервале выполнено автором данной статьи, но, вследствие громоздкости, здесь не приводится. Поэтому все интегралы в правой части (52) за исключением случая, когда будут равны нулю и коэффициенты вынесенные за знак интеграла находятся из выражения (53) Согласно [9] Вычисление интеграла в знаменателе выражения (53) представляет сложную, рутинную процедуру и здесь не приводится. Выполненная автором статьи процедура вычисления позволила получить В результате можно записать (54) Поэтому выражение (49) с учетом (54) приобретает окончательный вид (55) где корни находятся из характеристического уравнения Таким образом общее решение задачи (11) - (15), а следовательно, и задачи (5) - (9), на основании (10), (16), (38) и (55) имеет вид (56) Или в развернутом виде с учетом выражения для (57) Удельные тепловые потоки на соответствующие стенки канала будут (58)

(59) В случае, если то решения (56) - (59) упрощаются (56а) (57а) (58а) (59а) Обозначения - радиальная и аксиальная координаты цилиндрической системы координат, м; -текущая температура жидкости, К ; - постоянная температура горячей жидкости на входе в канал , К ; - постоянные температуры нижней и верхней стенок канала, обращенных к жидкости, соответственно, К; - постоянная температура одинаковая для обеих стенок канала, обращенных к жидкости, К; , - радиальная, осевая и тангециальная компоненты скорости жидкости, м/с; - внутренний радиус штуцера на входе в канал, м; - объемный расход жидкости, м3/с; - коэффициент температуропроводности, м2/с; - ширина канала, м; - константа, м2/с; - удельный тепловой поток, Вт/; теплопроводность жидкости, Вт/(м К); - время, с; - константа разделения; 1/ ; ; - бесселева функция первого рода мнимого аргумента порядка ; - бесселевы функции второго рода мнимого аргумента порядка ; - бесселева функция первого рода действительного аргумента порядка ; - бесселевы функции второго рода действительного аргумента порядка .