

Рассматриваемая в этой работе система массового обслуживания является наиболее общей по отношению к трем ранее изученным вариантам [1 - 3] замкнутых СМО и при соответствующем выборе её параметров может быть сведена к любому из них. Предположим, что в системе имеется конечное число требований N , m обслуживающих приборов (каналов) и, кроме того, конечное число мест для ожидания, что общее число требований в очереди не может превышать E . Предположим также, что $N \geq m + E$, при этом все требования, поступающие в систему тогда, когда в ней уже имеется $m + E$ заявок, теряются и немедленно возвращаются в группу поступающих так, как будто бы они были полностью обслужены (на языке символики Кендалла - это система $M/M/m/E/N$). Граф состояний такой СМО имеет вид, изображенный на рис. 1. При эта модель переходит в модель замкнутой многоканальной СМО, рассмотренную в работе [2], а при - в модель Энгсета [3]. Решение уравнений Колмогорова в данном случае вполне аналогично тому, которое было получено в работе [2] для модели $M/M/m//N$, так что запишем сразу его конечный результат, которым является связка формул при ; при В этих формулах - факториальные многочлены или обобщённые степени [4, 5], - биномиальные коэффициенты. Числовые характеристики установившегося режима Вероятность отказа (аналогично [3]) , (1) относительная пропускная способность , абсолютная пропускная способность или . (2) Вероятность ожидания (3) При и . Вероятность немедленного обслуживания . (4) Среднее число требований, находящихся под обслуживанием (среднее число занятых каналов), очевидно, - такая же формула, что и в модели $M/M/m//N$. Среднее число требований в системе в целом . (5) Это же соотношение можно, очевидно, получить, используя зависимость (2): . С помощью (5) можно легко проверить соотношения (1), (3) и (4), показав, что в данном случае мы также имеем . При этом так что . Средняя длина очереди . Вывод соотношения для дисперсии числа требований под обслуживанием совершенно аналогичен выводу этой величины для модели $M/M/m//N$ с той лишь разницей, что в данном случае имеем тогда как в модели $M/M/m//N$ было , а в модели $M/M/m/0/N$. В итоге формула для параметра запишется в виде и тогда аналог соотношений (5) работы [2] и (6) работы [3]. Легко видеть, что при последнее выражение переходит в зависимость (5) работы [2], а при получается формула (6) работы [3]. Дисперсия общего числа требований в системе . Обе суммы в последнем выражении можно подвергнуть затем тому же ряду преобразований, какие использовались при выводе аналогичной зависимости для модели $M/M/m//N$: , откуда следует , и в силу (5) и (6) Ковариация числа требований в очереди и под обслуживанием , и тогда , ex definitio коэффициент корреляции . При следует, , , как и должно ожидать. В другом предельном случае при получаем формулы (7), (8) модели $M/M/m//N$ [2]. Среднее время обслуживания одного требования , дисперсия времени обслуживания . Балансовое соотношение для функции распределения времени нахождения в очереди одной заявки точно так же, как и

раньше, , где – неполная экспоненциальная функция (неполная экспонента). При этом , а при полагаем . Ясно, что при . Из формулы (6) следует и так что среднее время ожидания одной заявкой обслуживания , его дисперсия Далее, имеем (см. [2]) , так что . В этом случае, очевидно, и . Как легко видеть, при полученная выше система формул и переходит в соответствующие зависимости (9), (10) модели M/M/m//N [2]. При и