

Введение Тепловое зажигание конденсированных реагирующих веществ в литературе представлено большим числом оригинальных работ и обзоров [1—11]. В большинстве случаев тепловое зажигание изучается в неограниченных пластинах и цилиндрах. Однако на практике применение находят и конденсированные реагирующие вещества, имеющие ограниченные размеры. К таковым в частности относятся пороховые заряды, применяемые в ствольных системах. Тепловое зажигание ограниченных материалов в литературе изучено недостаточно. Поэтому в данной работе исследуется зажигание цилиндра, имеющего конечные размеры, конвективным тепловым потоком. Постановка задачи. Имеется энергонасыщенный материал в форме ограниченного цилиндра с радиусом  $R_1$  и длиной  $2l$ . Цилиндр с торца и боковой поверхности нагревается внешним конвективным тепловым потоком, где коэффициент теплообмена  $\alpha$  и температура среды  $T_c$  являются постоянными величинами. Нагрев цилиндрического тела осуществляется конвекцией по закону Ньютона. Под воздействием внешнего источника тепла в материале развивается экзотермическая химическая реакция нулевого порядка по закону Аррениуса. Математическая модель рассматриваемой задачи представляет собой уравнение теплопроводности с внутренними химическими источниками тепла при соответствующих граничных и начальных условиях. Она точного аналитического решения не имеет. В данной работе она аналитически решается приближенным методом [7], согласно которому она состоит из: уравнения теплопроводности  $\delta T(r,z,t)/\delta t = a(\delta^2 T(r,z,t)/\delta r^2 + \delta T(r,z,t)/r\delta r) + \delta^2 T(r,z,t)/\delta z^2$ , (1) граничных условий  $\alpha(T_c - T(R_1,z,t)) = \lambda\delta T(R_1,z,t)/\delta r$ , (2)  $\delta T(0,z,t)/\delta t = 0$ , (3)  $\alpha(T_c - T(R_1,l,t)) = \lambda\delta T(R_1,l,t)/\delta r$  (4) начального условия  $T(r,z,0) = T_n$ , (5) уравнения критерия зажигания  $\alpha(T_n - T(R_1,l,t)) = 4,2(\lambda Q_{vk0} \exp(-E/RT(R_1,l,t)) RT(R_1,l,t)/E)^{1/2}$  (6) В приближенном методе [7] уравнение теплопроводности (1) рассматривается без учета влияния химического теплового источника. Для учета влияния химического источника тепла на температурное поле вводится критическое условие зажигания (6). В данной работе требуется определить основные параметры зажигания пороха. Решение. Значение температуры на поверхности цилиндра  $T(R_1,l,t)$ , соответствующее зажиганию, определяется из решения (6) методом последовательных приближений. Связь между температурой зажигания и временем задержки зажигания устанавливается из формулы для  $T(R_1,l,t)$ , полученной из решения системы (1 - 6). Это решение дано в работе [12] и имеет вид:  $T(R_1,l,t) - T_n = (T_c - T_n)(l - S_1 S_2)$ , где  $S_1 = \sum A_n \exp(-\mu_n^2 F_{on}) \cdot (J_0(\mu_n^2))$ ,  $S_2 = \sum A_m \exp(-\mu_m^2 F_{om}) \cdot \text{Cos}(\mu_m)$ . Для инженерных расчетов значения  $A_n$ ,  $A_m$ ,  $\mu_n$ ,  $\mu_m$  приведены в [12]. В общей постановке уравнение для  $T(R_1,l,t)$  представляет определенные трудности для инженерных численных расчетов. В связи с этим, в работе предлагается относительно простой инженерный метод расчета для частного случая. Дело в том, что численные расчеты показали, что зажигание пороха происходит при малых значениях критерия Фурье ( $F_0$ ). Для малых

значений  $Fo$  будем иметь относительно простое следующее уравнение [12]:  
 $T(R_1, l, t) = T_n + (T_c - T_n)(1 - f_1)$ , (7) где  $f = 1 - Bi / (Bi - l/2)(1 - \exp(k^2) \operatorname{erfc}(k))$ ,  $k = (Bi - 1/2) / Fo^{0.5}$ ,  $f_1 = \exp(T_i^2) \operatorname{erfc}(T_i)$ ,  $T_i = Bi Fo^{0.5}$ . В качестве иллюстрации рассмотрим численный пример по определению времени задержки зажигания пороха для ограниченного и неограниченного цилиндров. Кинетические и теплофизические параметры пороха таковы:  $E/R = 24000$  К;  $Q_v k_0 = 3,6 \cdot 10^{21}$  кал/(см<sup>3</sup>•с);  $\rho = 1,5$  г/см<sup>3</sup>;  $c = 0,35$  кал/(г•К);  $\lambda = 3/10000$  кал/(см•с•К). Коэффициент теплообмена  $\alpha = 0,005$  кал/(см<sup>2</sup>•с•К).  $T_c = 2000$ К и  $T_n = 300$ К. Расчеты выполнены для трех цилиндров, имеющих  $R_1 = 0,1; 1,0; 10$  см. Температура на поверхности неограниченного цилиндра определялась из уравнения:  $T(R_1, t) = T_n + (T_c - T_n)(1 - f)$ . Результаты расчетов приведены в таблице 1.

$R_1$ , см	$t_z$ , с	$T_z$ , К
Ограниченный цилиндр 0.1	0.0344	558
1.0	0.0352	10.0
10.0	0.0367	
Неограниченный цилиндр 0.1	0.1359	1.0
1.0	0.1463	10.0
10.0	0.1487	

Из таблицы видно, что ограниченный цилиндр зажигается значительно быстрее по сравнению с неограниченным цилиндром. Таким образом, решена задача зажигания пороха в виде ограниченного цилиндра. Обозначения  $T$  - температура пороха, К;  $T_c$  - температура среды, К;  $r$  - координата, см;  $\alpha$  - коэффициент теплообмена, кал/(см<sup>2</sup>•К);  $Q_v$  - тепловой эффект реакции на единицу объема, кал/см<sup>3</sup>;  $k_0$  — предэкспоненциальный множитель, 1/С;  $E$  - энергия активации, кал/моль;  $t$  - время, с;  $R$  - универсальная газовая постоянная, кал/(моль•К);  $T_n$  — начальная температура материала, К;  $\alpha = \lambda / (c \rho)$  - коэффициент температуропроводности, см<sup>2</sup>/с;  $\lambda$  - коэффициент теплопроводности, кал/(см•К);  $\rho$  - плотность материала, г/см<sup>3</sup>;  $c$  - коэффициент теплоемкости, кал/(г•К);  $T(R_1, l, t)$  - температура на поверхности цилиндра. К;  $Bi = \alpha \cdot R_1 / \lambda$  - критерий Био;  $Fo = \alpha t / R_1^2$  - критерий Фурье. Индексы:  $s$  - среда;  $v$  - объем;  $z$  - зажигание.