

Введение Рассматривается круглая пластина средней толщины со сквозным отверстием [2]. Решается задача о концентрации напряжения у края отверстия при наличии сжимающей поверхностной нагрузки. В статье используются следующие обозначения: - радиальное перемещение и его составляющие; - прогиб; , где толщина пластины - $2h$; - радиус отверстия. Решение Решение трехмерной задачи о равновесии круглой плиты будем искать, задаваясь компонентами перемещений в виде [3]. . (1) Согласно принципу возможных перемещений имеем (массовые силы отсутствуют, действует только поперечная нагрузка) , (2) где . (3) В (3) напряжения выражаются через перемещения по соотношениям упругости , , (4) , . а деформации выражены по соотношениям Коши . (5) При сведении трехмерной задачи к двумерной, рассмотрим вначале выражение для , принимая во внимание (1) – (5) (6) Используя формулу Остроградского – Грина, получим (7) Здесь Входящий в (2)поверхностный интеграл (8) где . Если на поверхностях действует сжимающая симметричная относительно срединной плоскости нагрузка , то . Объединяя в (2) соответствующие интегралы и учитывая (7), (8), получим уравнения равновесия (9) и граничные условия на краю кругового отверстия (10) Учитывая (4) и (5), запишем усилия в (9) через перемещения (11) где В (11) можно установить зависимости (12) где (13) Учитывая (11), (12), (13), уравнения (9) будут иметь вид (14) Граничные условия (10) запишутся следующим образом (15) Последовательным исключением функций из уравнений (14) можно получить самостоятельные уравнения для . (16) Рассмотрим первое из уравнений (16). Пренебрегая членами, содержащими , получим где Интегрируя последнее, приходим к уравнению Бесселя где . Частное решение его будет . Общее решение соответствующего однородного уравнения где и модифицированные функции Бесселя. Общее решение неоднородного уравнения запишется следующим образом (17) Подставляя это решение в первое уравнение системы (14) и проинтегрировав его, получим где Из условия ограниченности напряжений на бесконечности, получим . Тогда выражения (17)-(19) запишутся так Граничные условия при этом примут вид где . Пусть на пластинку действует сжимающая, плавная, быстро убывающая от края отверстия поверхностная нагрузка . Тогда выражения для перемещений примут вид В результате решения задачи наибольший интерес представляет величина кольцевого напряжения у края отверстия. Выражение для , найденное по соотношениям упругости, имеет вид Постоянные интегрирования C_3, C_5, C_6 найдем из граничных условий где В таблице 1 приведены результаты расчетов безразмерного напряжения у края отверстия при в зависимости от параметров t и , ($n = 0,3$). При больших значениях t нагрузка q приближается к сосредоточенной и, как видно из таблицы, с ростом t при одновременном уменьшении радиуса отверстия коэффициент концентрации напряжений оказывается довольно большим, т.е. кольцевое напряжение можно сопоставлять лишь с напряжением, которое

возникает при раскрое трещины в ее вершинах. Таблица 1 - Значение
напряжения у края отверстия т 1 3 5 10 20 100 1 -0,77 -2,53 -5,87 -21,2 -81,7 -2000
3 -0,523 -0,615 -0,772 -1,44 -3,96 -82,1 5 -0,507 -0,537 -0,583 -0,778 -1,51 -23,4