

Интерес к проблеме входного течения жидкостей возник еще в 1860 году, когда Гагенбах [13] и спустя 30 лет Куэтт [10] и Буссинеск [5], исследовали перепад давления во входных течениях в круглых трубах при разработке капиллярных реометров для точного измерения вязкости ньютоновской жидкости [15]. После публикации в 1904 году Прандтлем своей теории пограничного слоя, появилось большое число статей, посвященных течению ньютоновской жидкости с плоским профилем входной скорости в сечении 1 до полностью развитого течения в сечении 2. Течение на верхнем потоке у входа в трубу не исследовалось. Это – так называемая проблема входного течения, которая посвящена определению входной длины. Мало обращалось внимание на вопрос, является ли профиль входной скорости плоским при любых условиях. Большинство авторов, в основном занималось разработкой приближенных методов решения уравнения пограничного слоя, а не изучением подробной кинематики входных течений. Полная библиография по гидродинамике входных течений опубликована в работе [12] и включает 145 ссылок по проблеме. Превосходные обзоры экспериментальных и теоретических работ, посвященных течениям неньютоновских жидкостей в каналах с внезапным сужением до 1980 года, опубликованы в работах [3]. В работе [20] дан краткий обзор некоторых достижений в вычислительной реологии и описание некоторых новых подходов для получения совпадений между численными и экспериментальными работами, посвященных задачам течения в сужениях. Основные элементы ламинарного течения через внезапное сужение круглой трубы представлены на рис.1. Течение развивается, будучи полностью установившемся в сечении, отстоящем на некотором расстоянии в верхнем течении от сужения, где полностью развивается в нижнем потоке в пределах расстояния от места сужения. Входная длина принимается как расстояние от плоскости сужения, в котором скорость в центральной линии имеет 98-99% до своего полностью развитого значения. Рис. 1 - Схема течения в зависимости от числа Рейнольдса потока и типа жидкости может возникать вторичное вихревое течение в углах верхнего течения в трубе. Здесь основной задачей является подробный анализ кинематики течения и перепада давления, используя уравнение движения и конститутивное уравнение для определения тензора напряжения. Решение задачи зависит от самой геометрии входного течения, числа и типа жидкости, текущей через сужение. Жидкость проходит из одного канала в другой меньшего радиуса и генерирует сложное течение, имеющее области с сильным сдвигом вблизи стенки и одноосное растяжение вдоль центральной линии. В результате, несмотря на простую геометрию течения, неньютоновские жидкости проявляют значительное отличие в поведении от ньютоновских жидкостей при течении через внезапные сужения. На практике внимание этой проблеме фокусируется на решении следующих задач: 1) исследование поведения вихря вблизи угла на входе в сужение (так называемый, краевой вихрь) и в выступающих углах; 2) определение перепада

давления через сужения (как функция числа Деборы), требуемый поддержать (сохранять) данную скорость течения; 3) вычисление траектории частиц в верхнем потоке сужения; 4) определение скачков скорости вдоль оси симметрии. Вследствие легкой доступности для численного моделирования и важности течения в сужениях, эта проблема стала как тестовая (benchmark problem) для упруговязких жидкостей уже с 1988 года [14]. Понимание входных течений упруговязких жидкостей важно для измерений их фундаментальных свойств методом капиллярной вискозиметрии [17] в процессах экструзии расплавов и растворов полимеров [23, 2]. Большой интерес представляет разработка численных методов решения задач течения неньютоновских жидкостей, где входные течения являются одной из основных задач, которые используются как тестовые для моделирования методом конечных элементов [8]. Приближенные методы пограничного слоя впервые применялись для чистовязких степенных неньютоновских жидкостей в работах [4,9] вариационные методы использовались для установления верхней границы перепада давления в ползущем течении ньютоновской жидкости в верхнем потоке круглого сужения [21]. В работе [11] расширено использование вариационных методов для степенных жидкостей. Решение для ползущего течения, которое получено только для верхнего потока, дает верхнюю границу перепада давления. Однако в этой работе отсутствует информация о кинематике течения. В работе [18], представлено численное решение (методом конечных разностей) полных уравнений движения ньютоновской жидкости без допущения о том, что профиль входной скорости является плоским (теория пограничного слоя) или этот профиль полностью развитого течения (ползущее течение). В обзоре, опубликованном Богером [3], приводятся сравнения результатов решения полных уравнений движения методом конечных разностей для ползущего течения и пограничного слоя для ньютоновских и чисто вязких неньютоновских жидкостей в круглых трубах с внезапным сужением с экспериментальными данными. Эти ранние, в основном, приближенные решения проблемы произвели революцию в вычислительной гидродинамике. Задачи входного течения, ограниченного областью полностью развитого течения верхнего и нижнего потоков, теперь можно решать для неупругих жидкостей без введения какого-либо допущения в определяющих дифференциальных уравнениях. Можно сказать, что для ньютоновской и чисто вязких неньютоновских жидкостей проблема входного течения решена.

Ньютоновские жидкости Подробная кинематика известна из экспериментальных и теоретических результатов [16]. Основными характеристиками являются вихрь на верхнем потоке, присутствующий при малых и вогнутость профиля скорости в сечении входа для больших Re , когда инерция жидкости играет важную роль. На рис.2 приводится сравнение линий тока и вихря вторичного течения полученное в работе [2] с экспериментальным методом, с результатами решения уравнений движения методом конечных элементов для ползущего течения [18]. Такое

хорошее совпадение результатов для неупругих жидкостей свидетельствует о высоком уровне разработки теоретических положений об этих течениях. Рис. 2 - Сравнение расчетных и экспериментальных линий тока для ньютоновских жидкостей. Для ползущего течения величина вихря верхнего потока, измеренная в виде Γ , не зависит от числа Рейнольдса и от степени сужения. Наблюдаемое вторичное течение постепенно исчезает, когда инерция жидкости становится значительной. В работе [16] теоретически успешно предсказывалось также появление вогнутости в профиле входной скорости, которое наблюдалось в работе [12] при $Re = 10$ и $\beta = 0.5$. Для ньютоновской жидкости в круглых входных течениях развитие скорости на осевой линии не зависит от числа Рейнольдса при $Re < 10$. При числах Рейнольдса такого порядка и ниже входная длина постоянна и профиль скорости у входа незначительно отличается от профиля полностью развитого течения. Основной характеристикой течения при малых Re является вихрь вторичного течения. Присутствуя в углу трубы верхнего потока, этот вихрь имеет относительную длину присоединения L_v , которое не зависит от степени сужения для $Re < 10$. Для инерция становится важным фактором. Вихрь вторичного течения продвигается в направлении угла трубы верхнего течения, достигая относительной длины $L_v = 1$ при $Re = 10$. Входная длина зависит от Re и профиль скорости у входной плоскости переходит из приблизительно полностью развитого к приблизительно к плоскому при $Re = 10$, где наблюдается незначительное отклонение максимума от центра. Предположение о ползущем течении справедливо для решений задач для $Re < 10$, тогда как в случае учета инерции следует рассматривать условие $Re > 10$. Существуют достаточные теоретические и экспериментальные данные об изучении входной длины и перепада входного давления [1], который определяется следующим образом, где Δp - общий перепад давления в сечениях, $\Delta p_{\text{вх}}$ - общий перепад полностью развитого течения в трубах верхнего и нижнего потоков. Для степени сужения величина входной длины получена численным методом в работах [6,19]. (1.1) где число Рейнольдса определено в терминах $Re = \frac{\rho U D}{\mu}$. Для случая имеется следующая зависимость [15; 7]. (1.2) В обзоре [3] приводится обобщение результатов различных решений методом погранслоя и результатов, полученных линейной суперпозицией перепада давления для ползущего течения [21], (1.3) где коэффициент потерь, λ - поправка Куэтта, τ_w - напряжение на стенке в нижнем потоке. В работе [24] протабулированы значения λ , полученные различными исследователями. Хотя существует незначительная разница значений вычисленных по теории погранслоя, в работе [25] получено значение λ , которое является наиболее подходящим. Экспериментальные результаты работы [26] хорошо подтверждают это значение. Теоретические и экспериментальные значения сравнивались в обзоре [3]. Уравнение (1.3) хорошо описывает экспериментальные данные. 2. Чисто вязкие неньютоновские жидкости. Основной отличительной особенностью этих жидкостей является нелинейная зависимость вязкости от скорости сдвига.

Среди многочисленных аппроксимирующих зависимостей функцию вязкости наиболее адекватно представляют модели Карро и Эллиса [27], которые в безразмерном виде можно записать в следующей форме (2.1) . (2.2) Здесь , где - наибольшая ньютоновская, вязкость, , где - скорость сдвига в нижнем потоке, - скорость течения, , где - временная постоянная в модели Карро, , - безразмерный показатель степени в законе Оствальда – де Ваале, - значение напряжения сдвига при , - наклон в зависимости на графике, изображенном в логарифмических координатах. Обе эти модели в отличие от степенного закона Оствальда-де Ваале хорошо описывают области малой скорости сдвига и степенного закона. Для случая 1 модель описывает ньютоновское поведение, а при - область степенного закона. Обе модели сравнимы, при $Cu=El$ [16].

Жидкости с высокой псевдопластичностью, которые не обладают упругостью, встречаются довольно редко. Следовательно, экспериментальные наблюдения входных течений в трубах, которые однозначно исследуют взаимодействие инерции жидкости и псевдопластичности едва ли существуют при отсутствии упругости жидкости. Однако существует интересная задача установления роли, которую играет псевдопластичность жидкости в определении кинематики входных течений в трубах. Следуя разработкам для ньютоновских жидкостей, где полученные результаты из теории погранслоя совмещаются с результатами из допущения ползущего течения, в работе [26] предложена следующая зависимость для определения верхней границы перепада давления в круглом входном течении псевдопластичных жидкостей для . (2.3) Здесь - поправка Куэтта, - коэффициент потерь, - обобщенное число Рейнольдса, - наклон графика , полученного из капиллярной реометрии, - значение этого графика в точке пересечения при . Для степенного закона имеем . В работе [9] получена входная длина для степенной жидкости для случая и для условия в работе [26]. Значения, вычисленные в работе [9] приведены в таблице и рекомендованы для использования в уравнении (2.3). Значения поправки Куэтта , вычислялись в работах [26], [16]. Уравнение (2.3) рекомендовано как верхняя граница для избытка потери давления в крупных сужениях при течении псевдопластичных жидкостей. Для больших чисел Рейнольдса верхняя граница , вычисленная из уравнения (2.3) довольно точная. Однако для избыток перепада давления зависит также от подробности поведения вязкости при низких скоростях сдвига [16].

Таблица 1 Показатель неньютоновости n Коэффициент потерь sg Поправка Куэтта P'_{k}

1.0	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	1.33	1.25	1.17	1.08	0.97	0.85	0.70	0.53	0.58
0.64	0.70	0.79	0.89	0.99	1.15	1.33										

Рис. 3 - Зависимость коэффициента коррекции Куэтта от показателя неньютоновости при различных значениях чисел Cu

Приведены результаты численных исследований при очень малых числах Рейнольдса различных авторов, где значения приведены в зависимости от показателя степени при различных числах Карро. В работе [16] рассмотрено влияние инерции жидкости Карро численным решением задачи течения в

сужении 4:1 при числах Рейнольдса 0,2; 2,0 и 10. В работе [19;] методом конечных разностей решена задача для элитности Элліса в предположении ползущего течения. Упомянутые авторы использовали степень сужения . Видно, что когда число Карро увеличивается при фиксированном значении избыток перепада давления увеличивается от ньютоновского нижнего предела до верхнего предела степенной жидкости. В работах [16, 8] показано, что степенной предел достигается для . В то же время в работе [19] этот предел превышен для $EI=Cn=5000$. Приведены зависимости от числа Карро для $n=0,25$; 0,5 и 0,75 при . Для случая данные трех авторов совпадают [1]. Таким образом, влияние псевдопластичности при отсутствии упругости жидкости становится ясным в ползущем течении при входе в трубу. Что касается влияния псевдопластичности на размер вихря вторичного течения. Теперь ясно, что вихрь уменьшается в размере, когда число Карро увеличивается при фиксированном индексе n . Уменьшение размера вихря ускоряется, когда уменьшается [16]. При увеличении , когда не существует вихря вторичного течения, наблюдается степенное поведение. В работе [16] показано, что уменьшение вязкости со скоростью сдвига не ответственно за отклонение от центра максимума профиля скорости на плоскость сужения. Это, скорее всего, является эффектом инерции, который имеет место и в ньютоновской жидкости при высоких числах Рейнольдса. Эти же авторы показали, что скачок скорости мал на центральной линии в сечении сужения, по сравнению с экспериментальными данными, полученными в работе [21] для полиэтилена низкой плотности. В отсутствие данных о вязкости при нулевой скорости сдвига и при справедливости степенной зависимости, можно использовать уравнение (2.3), используя данные таблицы для учета поправки Куэтта [26]. В заключение отметим, что в терминах хорошо известной кинематики, псевдопластичные эффекты не могут объяснить какие-либо явления при течении в упруговязких жидкостях [1]. Этот вывод о влиянии псевдопластичности основан на точности результатов численного исследования методом конечных элементов [16]. Этот результат превосходно подтверждается с данными экспериментальных определений скорости течения методом лазерно-доплеровской анемометрии [13].