Введение Слоистые покрытия, образованные композитными материалами, используются в различных областях промышленности, в том числе при производстве авиационной и космической техники [1, 2]. Применяемые в таких покрытиях слоистые композитные структуры получили широкое распространение, прежде всего, из-за своих механических свойств [3, 4, 5]. Определенный интерес представляет процесс распространения упругих колебаний в подобных структурах. Например, в [6] исследованы свойства слоистого композита с периодическими включениями, в [7] рассмотрены колебания многослойного композита со свободной поверхностью, а в работах [8, 9] поведение многослойной упругой геологической среды при распространении упругих возмущений. В ряде конструкций поверхность, контактирующая со слоистыми покрытиями, имеет существенно более высокую жесткость, что позволяет эту поверхность считать абсолютно жесткой. При большом количестве периодически чередующихся тонких слоев удобно использовать метод усреднения [10, 11]. Таким образом, в ряде случаев вместо открытой многослойной структуры можно исследовать однослойный полуоткрытый волновод с фиксированной границей. В данной работе изучены свойства собственных волн волноводной структуры, которую образуют жестко закрепленная упругая полоса и упругая полуплоскость, находящиеся в полном контакте. Для анализа данной структуры использован метод переопределенной граничной задачи [12]. Этот метод использовался ранее при исследовании собственных колебаний в упругих волноводах [13, 14], а также композитных слоях [6] и [7]. Получено характеристическое уравнение относительно волновых чисел упругого слоя. Указан диапазон, в котором находятся волновые числа. Приведены графики зависимостей волновых чисел от частоты для некоторых упругих материалов. Постановка задачи Будем искать при и (см. рис. 1) ненулевые решения однородной системы уравнений плоской динамической теории упругости (1) (2) с вещественными кусочно постоянными коэффициентами Ламе λ, μ и плотностью ρ. Рис. 1 – Полуоткрытый упругий волновод Пусть на границе раздела сред должны быть выполнены условия сопряжения (полный контакт) (3) Среды 1 и 2 будем полагать полагать однородными и изотропными, с постоянными упругими параметрами Положим, что нижняя сторона упругого слоя установлена на жесткое основание, тогда (4) Примем условие на бесконечности: при все компоненты решения системы уравнений (1), (2) должны быть ограничены. Будем считать также, что искомые функции имеют непрерывные производные в полосе и в полуплоскости и непрерывно продолжимы на границы этих областей. Предположим, что решения системы уравнений (1), (2) гармонически зависят от времени. Выберем эту зависимость в виде что позволит упростить уравнения (2) и перейти к комплексным амплитудам искомых функций, зависящим только от пространственных координат. Характеристическое уравнение Зададим зависимость искомых функций от координаты x в виде где комплексное число α – спектральный параметр (продольная постоянная распространения упругой волны). Таким образом, и так далее. При принятых предположениях из уравнений (1) и (2) следует система обыкновенных дифференциальных уравнений 1-го порядка. Полученную систему уравнений исследуем на собственные значения: будем искать значения параметра α, при которых система уравнений имеет ненулевые решения, удовлетворяющие условиям сопряжения (3), граничным условиям (4) и условиям на бесконечности. Решения краевой задачи, соответствующие таким значениям α, определяют собственные волны (моды) полуоткрытого упругого волновода. Отсюда следует характеристическое уравнение для определения постоянных распространения [15] (5) где Ветви корней у функций выбираем так, чтобы вещественная часть была положительной, а в случае, если вещественная часть равна нулю, то выбираем положительные мнимые корни. Как установлено [15], уравнение (5) может иметь только конечное число корней, принадлежащих интервалу вещественной оси Множество таких значений α образует дискретный спектр в задаче на собственные значения. Численные результаты Исследуем зависимость вещественных продольных постоянных α от частоты ω. Для разных веществ соотношение упругих параметров слоя и подложки изменяется. Волноводные моды могут существовать только в случае, если подложка является акустически более жестким веществом, чем слой. Если это условие не выполнено, то моды уходят в подложку как излучательные, образуя сплошной непрерывный спектр. Количество собственных волн определяет ширина интервала или, другими словами, разница поперечных скоростей подложки и слоя На рис. 2 и 3 приведены амплитудно-частотные характеристики собственных чисел α. Рис. 2 соответствует волноводной структуре, в которой слой каучука лежит на плексигласе. Для данного случая где 7,7910-6, 5,0510-5, 1,8510-4. Рис. 2 – Зависимость собственных чисел α от частоты ω Параметры среды: каучуковый слой 0,93 г/см3, 198 м/с, =54 м/с) на плексигласе 1,18 г/см3, =2672 м/с, =1284 м/с). Рис. 3 соответствует слою дифлона на плексигласе. Здесь интервал очень узкий =7,7910-6, =7,39 10-6, и количество мод существенно ниже, чем в предыдущем случае. Рис. 3 – Зависимость собственных чисел αот частоты ω Параметры среды: слой дифлона1,2 г/см3, 2680 м/с, =1354 м/с) на плексигласе 1,18 г/см3, =2672 м/с, =1284 м/с). Поведение кривых, соответствующих каждой отдельной моде, в интервале достаточно сложное, но пересечений не происходит. Кривые подходят вплотную друг другу, а затем расходятся (см. рис. 2). Значения собственных чисел примерно пропорциональны частоте ω, и в пределе при больших ω кривые волноводных мод стремятся к прямой