

В авиастроении за последние десятилетия проблемы снижения шума привели к появлению нового научного направления – авиационной акустики, связанного с акустикой летательных аппаратов и включающей в себя аэроакустику и структурную акустику [1, 2]. Последняя составляет направление, находящееся на стыке акустики и динамики упругих систем, в котором изучаются механизмы распространения звука по конструкциям аппаратов, излучения звука этими конструкциями и др. [2]. Литература, посвященная изучению этих вопросов, достаточно обширна [3-6]. Тем не менее, полученные в этой области результаты следует считать достаточно «скромными» в виду охвата лишь узкого класса простейших элементов тонкостенных конструкций. К изложенному выше следует также добавить, что во второй половине прошлого века в механике сформировалось научное направление, связанное с исследованием стационарного и нестационарного взаимодействия акустических волн с преградами в виде твердых деформируемых тел и тонкостенных элементов конструкций. Это направление привлекает [7] и продолжает привлекать внимание исследователей актуальностью, сложностью и многообразием явлений, присущих процессу взаимодействия тел различной физической природы. К настоящему времени относящиеся к этому направлению вопросы аэрогидроупругости тонкостенных конструкций в виде оболочек были освещены в ряде монографий и обзоров [7-17]. Однако в них абсолютно не рассматривались вопросы формирования звуковых волн и теоретического исследования задач о звукоизоляции и звукопоглощении теми или иными деформируемыми преградами. Они и в настоящее время остаются без должного внимания со стороны исследователей, хотя практически во всех изданиях справочного или другого характера, посвященных созданию различного рода многослойных конструкций, указывается, что они обладают хорошими звукоизоляционными и звукопоглощающими свойствами [18-23]. На практике эти свойства до настоящего времени, по-видимому, исследовались главным образом только чисто экспериментальными методами, а их теоретические исследования основывались лишь на упрощенных постановках соответствующих задач [24].

1. Постановка задачи о взаимодействии звуковой волны с полой трехслойной панелью

Рассмотрим пологую трехслойную панель, имеющую в плане прямоугольную форму с размерами a, b , симметричное по толщине строение с толщинами внешних слоев и толщиной заполнителя h_1, h_2, h_3 . В силу пологости панели метрику срединной поверхности заполнителя и срединных поверхностей внешних слоев отождествляем с метрикой на координатной плоскости Ox_1x_2 , отнесенной к декартовой системе координат $Ox_1x_2x_3$. Будем считать, что линии пересечения плоскостей Ox_1x_2 и Ox_1x_3 с поверхностью представляют собой линии ее главных кривизн α_1, α_2 , а вектор единичной нормали к координатной плоскости Ox_1x_2 приближенно отождествляем с вектором единичной нормали к срединной поверхности заполнителя n_3 . Для описания механики деформирования несущих

слоев примем классическую модель Кирхгоффа – Лява, приняв для векторов их перемещений представления, (1.1) где u_x, u_y, u_z – компоненты векторов перемещений точек поверхностей, а $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ (1.2) – компоненты векторов поворотов. При малых перемещениях представления (1.1) соответствуют компоненты деформации в несущих слоях, (1.3) где $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$; (1.4) $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$. (1.5) При малой изменчивости поперечных касательных напряжений, в направлениях осей и перемещения в заполнителе допускают представления следующего вида, (1.6) u_x, u_y, u_z и им соответствуют поперечные сдвиговые деформации и поперечного обжатия, определяемые соотношениями $\epsilon_x = \frac{1}{2} \gamma_{xy} \theta_y, \epsilon_y = \frac{1}{2} \gamma_{yz} \theta_z, \epsilon_z = \frac{1}{2} \gamma_{zx} \theta_x$, (1.7). Предположим, что внешние слои выполнены из изотропного материала с модулем упругости и коэффициентом Пуассона, а заполнитель в принятой системе координат является ортотропным и характеризуется модулями поперечных сдвигов G_{xy}, G_{yz}, G_{zx} и модулем поперечного обжатия K . Тогда для определения во внешних слоях напряжений $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ и напряжений $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$, формирующихся в заполнителе, будут иметь место соотношения упругости следующего вида, (1.8) $\sigma_x = E \epsilon_x, \sigma_y = E \epsilon_y, \sigma_z = E \epsilon_z$; (1.9) $\tau_{xy} = G_{xy} \gamma_{xy}, \tau_{yz} = G_{yz} \gamma_{yz}, \tau_{zx} = G_{zx} \gamma_{zx}$. (1.10) Вместо этих напряжений введем в рассмотрение приведенные к соответствующим срединным поверхностям усилия и моменты во внешних слоях $N_x, N_y, N_z, M_x, M_y, M_z$, (1.11) $N_x = \sigma_x h, M_x = \tau_{xy} h$, и усилия в заполнителе N_{xy}, N_{yz}, N_{zx} , (1.12). Если на внешние слои панели действуют распределенные давления p_x, p_y, p_z , положительное направление которых совпадает с направлениями осей, то относительно введенных в рассмотрение усилий и моментов, исходя из результатов работы [22], можно составить уравнения движения следующего вида $N_x = p_x, N_y = p_y, N_z = p_z$, (1.13) $M_x = p_y h, M_y = p_x h, M_z = 0$, (1.14) $N_{xy} = p_x h, N_{yz} = p_y h, N_{zx} = 0$, (1.15). (1.16) Предположим, что панель в точках поверхностей и находится во взаимодействии с акустическими средами, характеризующимися плотностями ρ_1, ρ_2 и скоростями звука c_1, c_2 . Будем считать, что в первой среде сформирована гармоническая звуковая волна, падающая на поверхность по направлению нормали. Если срединная поверхность панели является весьма пологой, то, считая падающую волну почти плоской, давление и скорость в первой среде будем определять решением волнового уравнения относительно потенциала скоростей в приближении. (1.17) Для волны с частотой ω , распространяющейся в положительном направлении оси x , решение уравнения (1.17) имеет вид $\phi = A e^{i(\omega t - kx)}$, (1.18) где мнимая единица, амплитудное значение функции. Через эту функцию давление и скорость падающей волны в точке будут определяться выражениями $p = -\rho_1 \frac{\partial \phi}{\partial x}, v = \frac{\partial \phi}{\partial t}$, (1.19) $p = -\rho_1 \omega A e^{i(\omega t - kx)}, v = i \omega A e^{i(\omega t - kx)}$, (1.20) где $k = \frac{\omega}{c_1}$, (1.21) Под действием падающей волны происходит динамическое деформирование панели, в результате которой в первой среде формируется отраженная и излученная волны с потенциалом ϕ_r , а во второй среде формируется излученная волна с потенциалом ϕ_2 . Уравнения для их определения составим в том же приближении, что и уравнение (1.17). Поэтому решениями таких уравнений будут являться функции $\phi = A e^{i(\omega t - kx)}, \phi_r = B e^{i(\omega t + kx)}, \phi_2 = C e^{i(\omega t - k_2 x)}$, (1.22). Следовательно, суммарное звуковое давление, действующее на первый несущий слой трехслойной панели, будет равно $p = -\rho_1 \frac{\partial \phi}{\partial x} - \rho_1 \frac{\partial \phi_r}{\partial x} - \rho_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial x}$, (1.23) а суммарная скорость среды при $t = 0$ будет равна $v = \frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{\partial \phi_r}{\partial t} - \frac{\partial \phi_2}{\partial t}$. (1.24) Так как в уравнении (1.13)

действующее на второй несущий слой внешнее давление считается положительным при его действии в направлении оси x , то при сохранении его знака в соответствующем уравнении в соответствии с (1.22) следует вычислять по формулам (1.25) а скорость излученной звуковой волны во второй акустической среде будет равна (1.26). При динамическом деформировании трехслойной панели, скорости движения несущих слоев в направлении x в рамках принятой степени точности формулируемой задачи необходимо подчинить условиям (1.27). Представив функции u_1, u_2, u_3 в виде (1.28) при использовании соотношений (1.24), (1.26), (1.28) условия (1.27) преобразуем к виду (1.29). Внося их в зависимости (1.30) получим соотношения (1.31), которые при учете (1.19) и (1.21) запишутся в виде (1.31). При использовании соотношений (1.11), (1.12), (1.14)-(1.16) и представлений функций u_1, u_2, u_3 в виде (1.32). В соответствии с кинематическими соотношениями (1.2), (1.5)-(1.8), физическими соотношениями (1.11), (1.12) уравнения движения (1.13)-(1.16) запишутся в виде (1.33). (1.34) Здесь введены в рассмотрение операторы $\partial/\partial t, \partial^2/\partial t^2$ и обозначения ρ_1, ρ_2, ρ_3 . При введении новых искомым неизвестных $u_1, u_2, u_3, \phi_1, \phi_2, \phi_3$ дифференциальные уравнения (1.33) представимы в виде (1.35), при использовании которых, уравнения (1.34) сводятся к системе двух разрешающих уравнений (1.36), где $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ – 2.

Построение решения задачи для панели с шарнирно опертыми кромками. Пусть на торцах панели имеют место условия шарнирного опирания, при $x=0$; при $x=l$. Эти условия будут выполнены, если выражения для прогибов принять в виде (2.1) где u_1, u_2, u_3 . После подстановки соотношений (2.1) в дифференциальные уравнения (1.36) и их интегрирования по методу Бубнова приходим к системе алгебраических уравнений относительно амплитуд U_1, U_2, U_3 и Φ_1, Φ_2, Φ_3 (2.2). Здесь $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ в которых $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$. Решение уравнений (2.2) относительно амплитуд прогибов имеет вид (2.3) где u_1, u_2, u_3 . При использовании (2.3) для определения давления со стороны набегающего потока и давления потока, излучаемого панелью, можно получить выражения (2.4). (2.4) Основной задачей проводимых исследований является определение максимального коэффициента снижения панелью уровня звукового давления при (2.5) и соответствующему ему показателю звукоизоляции (2.6) измеряемого в децибелах. Для анализа введенных здесь характеристик и введем в рассмотрение осредненные значения давлений (2.7) которые при учете (2.4) принимают вид (2.8) где $\bar{p}_1, \bar{p}_2, \bar{p}_3$. Вычисления значений и проведены для трехслойной квадратной пластины ($a=b$), взаимодействующей со звуковой волной при различных значениях частоты ω в Гц и параметрах $\rho_1, \rho_2, \rho_3, E_1, E_2, E_3, h_1, h_2, h_3$. Толщины несущих слоев пластины приняты равными $h_1=h_2=h_3$, а заполнителя – h_4 . Результаты вычислений представлены на рис. 1-4, где величины α и β ($\alpha=\beta=1, 4$) соответствуют размерам пластин $a=b=1, 10, 100, 1000$. Предполагается, что несущие слои выполнены или из стали с характеристиками: $E=2 \cdot 10^{11}$ Па и плотностью $\rho=7850$ кг/м³ (рис. 1, 2), или из плексигласа (рис. 3, 4) с характеристиками: $E=2.6 \cdot 10^{10}$ Па, $\rho=1180$ кг/м³. Рис. 1 - Зависимости параметров α и β от частоты ω (Гц) для трехслойной пластины со стальными

несущими слоями и заполнителем, имеющим параметры , , Рис. 2 - Зависимости параметров и от частоты (Гц) для трехслойной пластины со стальными несущими слоями и заполнителем, имеющим параметры , , , Рис. 3 - Зависимости параметров и от частоты (Гц) для трехслойной пластины с несущими слоями из плекса и заполнителем, имеющим параметры , , Рис. 4 - Зависимости параметров и от частоты (Гц) для трехслойной пластины с несущими слоями из плекса и заполнителем, имеющим параметры , , ,