

Профиль давлений и энергетические потери в вихревом потоке в основном предопределяются окружной компонентой скорости W_ϕ . Исследованием и расчётом W_ϕ занимался ряд авторов [1-4]. Зависимость $V_\phi(r)$ обычно аппроксимируют в виде кусочно-ломаной функции, либо полагают $V_\phi \sim r^{-n}$, где n находят экспериментально [1]. Приближенная теоретическая зависимость предложена М.А.Гольдштиком. При этом он полагал, что турбулентная вязкость μ_t пропорциональна характеристической скорости V и геометрическому размеру L и, вводя аппроксимацию радиальной компоненты скорости, из двумерных уравнений Навье-Стокса получил расчётную зависимость $W_\phi = (G_0 / r) \cdot (1 - \exp(-ReT \cdot r^2 / 2))$ (1) где G_0 - циркуляция на границе; Re - турбулентное число Рейнольдса. Однако, гипотеза постоянства турбулентной вязкости в вихревом потоке не всегда приемлема [5-8]. Математическая формулировка задачи в качестве исходного математического аппарата воспользуемся осесимметричными уравнениями Рейнольдса [2,9] при пренебрежении молекулярной вязкостью. (Экспериментальное обоснование осесимметричности течения даётся в работе [10]) (2) Решение задачи (2) весьма трудоёмко. Это связано как с нелинейностью рассматриваемой задачи, так и с неединственностью решения. Обычно для упрощения задачи уменьшают её размерность при соответствующей аппроксимации одной или двух компонент скорости. Обоснование сведения задачи расчёта $W_\phi(r)$ и $P(r)$ к двумерной даётся в работе [1] при выводе формулы (1). При этом М.А. Гольдштик вводит линейную аппроксимацию $V(r)$, в результате чего уравнение неразрывности выполняется автоматически. Если принять гипотезу Прандтля о длине пути смешения, то компоненты турбулентных напряжений имеют вид [9]: $\tau_{r\phi} = -\rho \mu_t \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r V_\phi)$, $\tau_{\phi\phi} = -\rho \mu_t \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r V_\phi)$, где μ_t - квадратичный инвариант тензора скоростей деформации; μ_t - масштаб турбулентности. Здесь и далее W_ϕ , W_r , W_z - осредненные компоненты скорости. Поскольку в вихревых устройствах распылительного типа [11], рассмотрим случай [1] Для закрученных течений $W_z \gg W_\phi$ Поэтому (3) Кроме того, следуя работе [12], во втором уравнении системы (2) отбросим первую и вторую компоненты тензора турбулентных напряжений ввиду их малости. Тогда из первых двух уравнений системы (2) после обезразмеривания получаем: (4) Из результатов работы [8] следует, что масштаб турбулентности возрастает пропорционально расстоянию от точек с нулевой скоростью. Поскольку в центре $V_r = V_\phi = 0$, то согласно [8]: $\mu_t > 0$. (5) Если V_r известна, то первое уравнение системы (4) может быть решено независимо от второго. Подставляя μ_t в (4) с учётом граничных условий получаем следующую стационарную краевую задачу: (6) Задачу (6) будем решать методом Бубнова-Галёркина [12]. Преимуществом метода Бубнова-Галёркина перед конечно-разностными является то, что в результате его применения мы получим готовую формулу, приемлемую для инженерных расчётов. Кроме того, в результате реализации метода конечных разностей может получиться решение не обязательно устойчивое, а метод Бубнова-Галёркина позволяет проводить

линейный анализ устойчивости решения. Приведём граничные условия к однородным введением новой функции (7) Задача (6) приводится к виду . (8) С учётом правил дифференцирования обобщенных функций [14] получаем: где ; . Отсюда (9) . Выводы Сформулирована краевая задача для расчёта тангенциальной компоненты скорости потока и профиля давлений на основе уравнений Рейнольдса с использованием гипотезы Прандтля о длине пути смешения.