

В работе решается задача динамики адсорбции в неподвижном слое адсорбента, учитывающая продольное перемешивание и химическую реакцию первого порядка. Статья продолжает тему развитую в [1, 2]. Отличие от указанных работ заключается в постановочной части, в которой одновременно учитываются как продольное перемешивание, так и сток вещества за счет химической реакции (отрицательный источник вещества). Другими словами, настоящую работу можно рассматривать как обобщение задач [1, 2]. В связи с изложенным здесь отпадает необходимость в строгом формулировании физической части работы и появляется возможность сразу записать уравнения математической модели (математическая постановка) (1) (2) (3) (4) (5) (6) Уравнение изотермы адсорбции (7) Здесь γ - константы, C_0 - концентрация адсорбированного вещества в сорбенте в сечении в момент времени t ; C_1 - концентрация адсорбтива в потоке на расстоянии x в момент времени t ; u - скорость потока; K - коэффициент массообмена; k - константа скорости реакции; β - коэффициент; θ - доля свободного сечения адсорбента (постоянная по объему порозность неподвижного слоя); C_2 - концентрация целевого компонента в потоке равновесная со средним содержанием адсорбтива в слое; D - коэффициент продольной диффузии (перемешивания) Первые два слагаемых в левой части уравнения (1) представляют собой скорость изменения массы целевого компонента в зазорах между частицами и внутри частиц соответственно. Третье слагаемое соответствует приращению массы целевого компонента за счет конвективного переноса с потоком. Первое и второе слагаемые в правой части (1) учитывают изменение массы целевого компонента за счет молекулярной диффузии (продольное перемешивание) и протекания химической реакции соответственно. Краевые условия (3) - (5) выражают следующее. В начальном сечении неподвижного слоя в произвольный момент времени концентрация целевого компонента постоянна и равна : условие (5); в начальный момент времени неподвижный слой свободен от адсорбируемого вещества: условия (3), (4). Условие (6) является дополнительным условием на бесконечности, служащим для замыкания системы уравнений (1) - (2), поскольку в (1) представлена вторая производная концентрации по времени, вследствие учета продольного перемешивания. Преобразования (2) с учетом (7), а также (1) с учетом (2) и (7) позволяют записать (1а) (2а) Задача (1а), (2а), (3) - (6) решается с использованием одностороннего преобразования Лапласа по переменной [3] (8) (9) (10) (11) Здесь знак $\mathcal{L}$ обозначает переход от оригинала к изображению и наоборот. После преобразований получена краевая задача для обыкновенного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка по переменной (16) где , (5а) (6а) и алгебраическое уравнение . (2б) Здесь значок γ выполняет роль параметра. Общее решение (16) при условиях (5а), (6а) имеет вид (12) Если заменить константы их значениями в соотношении (12) и ввести другие, более удобные для обратного преобразования Лапласа, константы то можно получить (13) (14)

где Прежде чем перейти к оригиналам функции преобразуются следующим образом + (15) (16) Переход в пространство оригиналов от изображений (15), (16) будет осуществляться разложением в ряды, использованием основных (табличных) разложений и известных правил и теорем операционного исчисления. Применяя табличное разложение [4], которое сходится во всей комплексной плоскости (ρ - радиус сходимости), разложение рассматриваемой экспоненциальной функции запишется в виде . (17) Вариант записи разложения при суммировании от более удобен для последующих операций с изображениями. Все дальнейшие преобразования будут опираться на разложение, которое с учетом (17), принимает вид . (18) Теперь переход к оригиналу можно выполнить последовательно применительно к каждому члену данного разложения. Этим обеспечивается и единый подход при возврате к оригиналам для всех членов, стоящих под знаком суммы. Для первого и второго членов разложения (18) переход в пространство оригиналов выполняется непосредственно с использованием таблиц изображений [3, 5]. Причем, для второго члена оригинал находится по изображению, заключенному в квадратные скобки. Квадратная скобка в выражении для третьего члена разложения (18) записывается так При нахождении оригинала для этого изображения можно, используя свойство линейности для изображения и теорему о дифференцировании оригинала [3, 4] , получить согласно таблиц изображений . Тогда (19) Переход к оригиналу для каждого из изображений, стоящих в общей формуле члене ряда под знаком суммы, выполняется отдельно. Оригиналы первого изображения находятся непосредственно, если учесть, что [3, 4] (20) Оригиналы второго изображения определяются также с применением теоремы о дифференцировании оригинала (21) Оригиналы третьего изображения, стоящего в квадратных скобках под знаком суммы, определяются путем разложения в ряд выражения , представлением в виде ряда выражения и последующим переходом к оригиналу. Разложение выражения возможно, в зависимости от области сходимости параметра , осуществить в двух вариантах 1. По первому варианту можно получить [4] (22) Здесь фактически представлена правильная часть ряда Лорана при разложении функции . Данное разложение получено с использованием стандартного разложения бинома Ньютона [4, 6]. Тогда согласно (22) можно записать (23) Переход к оригиналу в данном случае может быть выполнен с использованием правила Хевисайда [7]: если где и - вещественные числа (α), то ; - гамма функция. Здесь необходимо вычеркнуть слагаемые для которых , то есть, если является целым положительным числом или нулем. Для нашего случая согласно (23) по Хевисайду: ; ; равно целому положительному числу или нулю. Поэтому можно записать (24) По второму варианту разложения будет [4] (25) Здесь представлена главная часть ряда Лорана для разложения функции . При этом также использовалось стандартное разложение бинома Ньютона. И, наконец, согласно (25) (26) Переход от

изображения (26) к оригиналу выполняется с использованием соотношения (20) по соответствию Поэтому (27) Таким образом, разложение в ряд Лорана функции с применением либо правильной, либо главной частей разложения, позволяет получить оригиналы для любого диапазона изменения времени ,. На основании (18) - (21), (24), (27) можно записать в обозначениях удобных для дальнейших вычислений (28) Теперь следует найти такие соответствия [3]: (29) (30) (31) Здесь обозначено: Затем необходимо выполнить свертку следующих функций [3, 4]: (32) (33) (34) (35) Прежде чем записать окончательное решение исходной задачи можно выполнить свертку в соотношении (35), то есть вычислить интеграл, и получить законченное аналитическое выражение для свертки. Согласно (31) и (35) следует записать (36) Первый интеграл в (36) при вычисляется по соотношению [6, 8] (37) Второй интеграл в (36) при - по соотношению [8] . (38) Осталось найти оригинал от последнего изображения в правой части соотношения (16) [3, 5] (39) Наконец на основании (15), (16), (28), (29), (31) - (34), (37) - (39) можно записать окончательное решение в оригиналах для соответствующих концентраций (40) (41) В решениях (40), (41) функция , также как и функция определяется по соотношению (28) с заменой на . Функция записывается согласно (29) в виде (42