Не будет преувеличением сказать, что начало 21 века характеризуется прежде всего бурным развитием информационных и, в частности, Интернет-технологий. Это привело к широкому распространению беспроводных промежуточных сетей передачи данных, которые позволяют обеспечить доступ в Интернет большому количеству пользователей одновременно. Подобная услуга оказывается востребованной в образовании [8] и актуальной в производственных помещениях и офисах крупных компаний, ресторанах и кафе, транспортных пассажирских терминалах и других местах, где наблюдается большое скопление людей. Базовым инструментом количественного анализа таких сетей является теория массового обслуживания с ее весьма совершенным и глубоко проработанным аппаратом. Отличительной особенностью беспроводных сетей передачи данных, как систем массового обслуживания, служит, то обстоятельство, что они не имеют канал обслуживания в их традиционном понимании, т.е. специалистов или технических устройств, существующих вне зависимости от наличия или отсутствия требований. Формирование каналов происходит по мере поступления требований и каждый новый клиент, подключенный к Интернет посредством сети, фактически создает новый канал, отбирая часть возможностей сети под обеспечения своего трафика [1,3]. Естественно, что интенсивность обслуживания (скорость передачи информации пользователям) будет непосредственно зависеть от числа сформированных каналов, иначе говоря, от числа клиентов, одновременно воспользовавшихся услугами данной сети для выхода в Интернет. Поэтому для обеспечения приемлемых условий абонентам сети, администратор должен принимать необходимые меры по ограничению числа одновременных подключений к Интернет, сообразуясь с техническими характеристиками сети и объемом трафика [4-6,8]. Если вмешательство администратора ограничивается только наблюдением за тем, чтобы число одновременных подключений к Интернет не превышало заранее установленного порогового значения, то справедливой можно считать гипотезу о том, что и входной поток клиентов и поток обслуживания являются пуассоновскими. В этом случае все параметры, характеризующие функциональные возможности беспроводной сети, как системы массового обслуживания, можно найти с помощью известных расчетных соотношений, что и было сделано в работе [2]. Однако, если администратор коммерческой сети ставит цель расширения клиентской базы и сокращение времени ожидания в очереди, а администратор сети, задействованной в производственной сфере, хочет ограничить использование Интернет сотрудниками, может быть установлено фиксированное время , по истечению которого пользователь отключается от сети. Это переводит систему в качественно новое состояние, поскольку поток обслуживания перестает быть случайным, а его интенсивность для всех клиентов оценивается постоянной величиной . Подобные потоки носят название вырожденных. По классификации

Кендалла системы массового обслуживания такого типа относятся к классу M/D/s, где M означает, что входной поток требований является пуассоновским; D - что поток обслуживания вырожден; s - число, соответствующее количеству каналов обслуживания (в нашем случае максимальное допустимое числу одновременных подключений). Дадим математическое описание процесса функционирования такой системы. Рассмотрим пуассоновский поток клиентов с интенсивностью , поступающий на вход беспроводной сети, в которой может быть обеспечена комфортная работа не более s пользователей одновременно. Если положить , то обязательным условием нормальной работы сети, исключающим возможность неограниченного накопления требований в очереди, будет . Обозначим - вероятность того, что в некоторый момент времени в системе (подключены к Интернет и ожидают в очереди) находятся n клиентов, а - вероятность того, что в системе находится не более n клиентов. Иначе говоря Вследствие постоянства времени обслуживания, вероятность того, что к окончанию единичного временного интервала в системе будет некоторое определенное число клиентов можно выразить через вероятности числа клиентов в системе на начало единичного интервала, умноженные на вероятности поступления в течении этого интервала того или иного числа новых клиентов. Очевидно, что все клиенты, которые были подключены к Интернет на момент начало данного интервала покинут систему к его окончанию. Замечания, сделанные о характере входного потока заявок и потока обслуживания приводят к системе уравнений Первое уравнение соответствует ситуации когда очереди нет, т.е. в начале единичного временного интервала в сети находилось не более s клиентов, каждый из которых был подключен к Интернет, а в течение интервала появления новых клиентов отмечено не было. Второе уравнение соответствует случаю, когда на начало интервала в сети находилось не более s клиентов, а в его течение было зарегистрирован еще один клиент, помещенный в очередь; если в начале интервала были задействованы все s допустимых подключений, один клиент находился в очереди, а в ходе интервала новые клиенты не появлялись. Множитель имеет смысл пуассоновской вероятности регистрации n новых клиентов в течение единичного интервала. Введем в рассмотрение функцию , где z в общем случае является комплексным переменным. Функции такого типа традиционно используются для анализа и решения систем уравнений подобного вида и носят название производящих функций. Совершенно очевидно, что P(1)=1. Обозначим . Тогда, умножив каждое из уравнений системы на z в соответствующей степени и просуммировав, получим Поскольку , внутри единичного круга |z|1 функция P(z) будет регулярной и ограниченной. Следовательно внутри единичного круга и на его окружности числитель имеет нули, в число которых входят все нули знаменателя в этой области. Из теории функций комплексного переменного известно (Теорема Руше), что число таких нулей равно s. Обозначим их как .

Нетрудно заметить, что одним из нулей является число 1. Так как числитель есть многочлен степени s, он может быть представлен как . Константа К находится из условий В силу структуры производящей функции P(z), вероятности состояний сети определяется как коэффициенты разложений функции P(z) в степенной ряд при соответствующих степенях z. Выясним некоторые важные характеристики беспроводной сети, относящихся к типу M/D/s. В вероятности того, что клиент, обратившийся к услугам системы в случайным момент времени t, будет сразу же подключен к Интернет. Фактически это означает, что к этому моменту времени число клиентов, находящихся в системе меньше числа допустимых подключений s и прибытие нового клиента не инициирует формирование очереди. Обозначим эту вероятность . Она равна сумме вероятностей того, что число задействованных подключений меньше s. Таким образом Введем в рассмотрение еще одну производящую функцию . В соответствии с принятыми обозначениями . Отсюда очевидно , или . Поскольку выражение для функции P(z) получено, вычисляется как коэффициент при в разложении функции B(z), который равен K. Следовательно или после логарифмирования Саати [9] указывает, ссылаясь в свою очередь на результаты, полученные Кроммелином [11] и Поллачеком [12], что решение этого уравнения сводится к вычислению интеграла где C - замкнутый единичный контур, охватывающий точку z=1, а . Ряд, входящий в состав подынтегрального выражения, сходится, так как на контуре C , поэтому Подынтегральная функция имеет полюс порядка ks в точке z=0 и полюс первого порядка в точке z=1. Обратимся к теории вычетов, которая утверждает, что если точка является полюсом функции g(z) порядка n, то вычет равен произведению на (m-1) - ую производную функции . Просуммировав все вычеты найдем окончательный результат. Учитывая, что Получим Финальная вероятность , характеризующая стационарное состояние, которое достигается при , имеет смысл доли клиентов, получивших подключение к Интернет сразу же после прохождения процедуры регистрации. Величина имеет смысл доли клиентов вынужденных до получения доступа к Интернет провести какое то время в очереди. Использование полученного результата в практике инженерных расчетов затруднительно, так как для этого требуется нахождение суммы двойного бесконечного ряда. Это обуславливает необходимость поиска иных инструментов исследования подобных систем, наиболее перспективным из которых представляется аппарат имитационного моделирования и статистического анализа [10]. В расчете будем случайный образом менять значения лимитированного времени подключения пользователя к сети Интернет, интенсивность входного потока λ - количество заявок в час и количество одновременных пользователей системы k. Для расчета подобной модели проведем численный эксперимент, а именно оценим вероятность того, что за время t в систему обратитсяkклиентов. Поскольку входной поток заявок предполагается пуассоновским, вероятность может быть вычислена по известной формуле Для расчета были использованы следующие данные: Лимитированное время подключения пользователя к сети Интернет для экспериментального подсчета будем менять в интервале 5-40 мин. с шагом 5 мин. Интенсивность входного потока λ - количество заявок в час, зависит от времени суток, среднее наблюдаемое значение λ в течении рабочего времени, для экспериментального подсчета значение λ=40. Предельное количество одновременных подключений к сети Интернет . Результаты расчета приведены в табл. 1. Таблица 1 - Экспериментальный подсчет при λ=40 , мин λ (интенсивность заявок в час) %, что каждая случайная заявка попадет в очередь 5 40 - 10 40 - 15 40 0,05 20 40 3,01 25 40 17,01 30 40 43,97 35 40 71,28 40 40 88,68 В таблице 2 приведены результаты расчета с другим значением интенсивности входного потока клиентов λ=45. Лимитированное время подключения пользователя к сети Интернет для экспериментального подсчета будем менять в интервале 5-40 мин. с шагом 5 мин. Предельное количество одновременных подключений к сети Интернет . Таблица 2 - Экспериментальный подсчет при λ=45 , мин λ (интенсивность заявок в час) %, что каждая случайная заявка попадет в очередь 5 45 - 10 45 - 15 45 0,48 20 45 8,15 25 45 33 30 45 65,17 35 45 87,11 40 45 96,46 В таблице 3 приведены результаты расчета с другим значением интенсивности входного потока клиентов λ=50. Лимитированное время подключения пользователя к сети Интернет для экспериментального подсчета будем менять в интервале 5-40 мин. с шагом 5 мин. Предельное количество одновременных подключений к сети Интернет . Таблица 3 - Экспериментальный подсчет при λ=50 , мин λ (интенсивность заявок в час) %, что каждая случайная заявка попадет в очередь 5 50 - 10 50 - 15 50 1,6 20 50 17,07 25 50 51,34 30 50 81,4 35 50 95,17 40 50 99,09 В таблице 4 приведены результаты расчета с другим значением интенсивности входного потока клиентов λ=55. Лимитированное время подключения пользователя к сети Интернет для экспериментального подсчета будем менять в интервале 5-40 мин. с шагом 5 мин. Предельное количество одновременных подключений к сети Интернет . Таблица 4 - Экспериментальный подсчет при λ=55 , мин λ (интенсивность заявок в час) %, что каждая случайная заявка попадет в очередь 5 55 - 10 55 - 15 55 3,97 20 55 29,5 25 55 68,3 30 55 91,36 35 55 98,45 40 55 99,8 В таблице 5 приведены результаты расчета с другим значением интенсивности входного потока клиентов λ=60. Лимитированное время подключения пользователя к сети Интернет для экспериментального подсчета будем менять в интервале 5-40 мин. с шагом 5 мин. Предельное количество одновременных подключений к сети Интернет . Таблица 5 - Экспериментальный подсчет при λ=60 , мин λ (интенсивность заявок в час) %, что каждая случайная заявка попадет в очередь 5 60 - 10 60 0,05 15 60 8,15 20 60 43,97 25 60 81,4 30 60 96,46 35 60 99,56 40 60 99,96 На основе выше полученных результатов построены следующие графики (рис. 1, 3). Рис. 1 - Граф работы системы при различных λ По результатам численного эксперимента, как показано на рис. 2. наблюдается, что для кривой 1 при = 20, интенсивность входного потока λ = 40 заявок/час и заданным временем пребывания в системе вероятность того, что очередная заявка попадет в очередь составит 88,68%. Для кривой 2, при = 20, интенсивность входного потока λ = 45 заявок/час и заданным временем пребывания в системе вероятность того, что очередная заявка попадет в очередь составит 96,46%. Для кривой 3, при = 20, интенсивность входного потока λ = 50 заявок/час и заданным временем пребывания в системе вероятность того, что очередная заявка попадет в очередь составит 99,09%. Рис. 2 - Схема работы системы Рис. 3 - Графики работы системы при различных времени пребывания t В зависимости от ситуации, допустимый предел попадания заявки в очередь может быть различным. Например, установим допустимый предел попадания заявки в очередь в 50 %. На Рис. 3. можно увидеть, при указанным времени пребывания t=25 и интенсивности входного потока λ >50 заявок в час, в системе достигнут допустимый предел попадания очередной заявки в очередь. Таким образом администратор системы, использовав результаты имитационного моделирования, самостоятельно может для работы системы задать критичный процент заявок, попавших в очередь, и при увеличении интенсивности входного потока λ заявок/час, администратор системы может принять срочные меры, а именно уменьшить лимитированное время подключения пользователя к сети Интернет. Следовательно, в результате численного эксперимента, реализованного с помощью имитационной модели, установлено, что при увеличении интенсивности входного потока λ заявок/час при конкретных заданных параметрах, лимитированное время подключения пользователя к сети Интернети допустимое количество одновременных подключений , администратор системы может повлиять на работоспособность системы путем увеличения технических ресурсов системы, а в случае невозможности, указать меньшее значениевремени подключения к сети Интернет .