

Фундаментальные уравнения динамики жидкости и газа основаны на универсальных законах: сохранения массы, сохранения количества движения и сохранения энергии. Уравнение, получающееся в результате применения закона сохранения массы к потоку жидкости, называется уравнением неразрывности. Закон сохранения количества движения - это второй закон Ньютона. Его применение к потоку жидкости дает векторное уравнение, известное как уравнение количества движения или как уравнение импульса. Закон сохранения энергии тождественен первому закону термодинамики и в динамике жидкости и газа уравнение, являющееся его выражением, называется уравнением энергии. Для замыкания систем к уравнениям, полученным из упомянутых выше законов сохранения, следует добавить соотношения, устанавливающие связь между свойствами жидкости. Примером такого соотношения может быть уравнение состояния, связывающие термодинамические параметры жидкости: давление p , плотность ρ и температуру T . [1]. Эту систему уравнений принято называть уравнениями Навье-Стокса. Для примера запишем систему уравнений для неизотермического (с теплообменом) течения несжимаемой жидкости в декартовых прямоугольных координатах. Она будет состоять из уравнений неразрывности (1), движения (2), и энергии (3). (1) (2) (3) В данных уравнениях $\mathbf{J}$ есть результирующий вектор массовых сил, ν - кинематическая вязкость среды ($\nu = \mu/\rho$), α - коэффициент температуропроводности ($\alpha = \lambda/\rho c_p$). В тензорных обозначениях она будет выглядеть как: В наиболее общем случае система уравнений Навье-Стокса включает всебя уравнения неразрывности, движения и энергии. Если в потоке происходят химические реакции, задача усложняется введением уравнений модели протекания данных реакций. Решение турбулентного течения жидкости обуславливается введением дополнительных уравнений. Уравнения Навье-Стокса могут быть решены в общем виде лишь в некоторых случаях и при ряде допущений. Общего аналитического решения системы этих уравнений пока не получено. При этом численные методы решения уравнений Навье-Стокса развиты довольно хорошо и на сегодняшний день нашли широкое применение в различных областях науки и техники. Численное моделирование является неотъемлемой частью процесса проектирования летательных аппаратов, двигательных установок, ракетной техники, автомобилей и т.д. В настоящее время развиты три основных подхода к численному решению уравнений Навье-Стокса. Первый из них носит название Метода конечных разностей. По-английски - Finite Difference Method (FDM). Его суть заключается в прямой замене производных, входящих в исходные уравнения, их дискретными (разностными) аналогами. Решение ищется в узлах сетки, на которую разбивается расчётная область. Достоинством метода является относительная простота реализации, при этом, однако, с точки зрения физического смысла этот метод не очень нагляден. Другим недостатком этого метода являются особые требования к построению сетки, что часто усложняет

процесс решения. Второй называется Методом конечных объёмов или методом контрольного объёма. В англоязычной литературе он называется Finite Volumes Method (FVM). Основа метода заключается в том, что расчётная область с помощью сетки разбивается на совокупность конечных объёмов. Узлы, в которых ищется решение, находятся в центрах этих объёмов. Для каждого объёма должны выполняться законы сохранения массы, количества, движения и энергии. То есть, например, изменение во времени массы среды в контрольном объёме может происходить только за счёт внешнего потока массы, входящего в объём, или за счёт потока массы из данного объёма выходящего. Метод конечных объёмов применяется во многих вычислительных гидродинамических (CFD) пакетах, таких как FlowVision, ANSYS Flotran, Flow3d, PHOENICS и ряде других [2]. Третий метод решения - Метод Конечных Элементов (МКЭ). В англоязычной литературе его называют Finite Elements Method (FEM). Суть метода состоит в приближенном решении вариационной задачи. Для формулировки этой задачи применяют понятие функционала. Оператор $I[f(x)]$ называется функционалом, заданным на некотором множестве функций, если каждой функции $f(x)$ ставится в соответствие определённое числовое значение $I[f(x)]$. Иными словами, функционал является как бы «функцией от функции». Часто функционалы имеют вид интегралов. Вариационная задача состоит в отыскании такой функции $f(x)$, которой бы соответствовало минимальное значение функционала $I[f(x)]$. Вид этого функционала различен для различных задач и подбирается специально [3]. В настоящее время Метод Конечных Элементов нашёл широкое применение при решении задач теплопроводности в твёрдых телах и при расчётах на прочность. Однако он может быть применён и к задачам течения жидкостей и газов. Известны также методы, которые сочетают в себе черты метода конечных объёмов и метода конечных элементов. Сочетание этих методов позволяет использовать более широкий ряд расчётных сеток (тетраэдрические сетки, пирамиды, призмы, полиэдры), что необходимо при решении задач со сложной геометрией. Этот подход используют CFD пакеты Ansys CFX, Ansys Fluent, Star-CD, Star-CCM+ [4]. Итак, подводя итоги проведенного анализа можно сказать, что уравнения Навье-Стокса являются одними из важнейших в гидродинамике. На данный момент не найдено общего аналитического решения системы и это является одной из семи главных «проблем тысячелетия». Решение уравнений усложняется их нелинейностью, турбулентностью, сжимаемостью среды и зависимостью от начальных и граничных условий. Однако численное моделирование довольно успешно используется во многих природных явлениях и технических задачах.