

Р. И. Ибятгов, Ф. Г. Ахмадиев

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕЧЕНИЯ И РАЗДЕЛЕНИЯ НЕНЬЮТОНОВСКИХ ДВУХФАЗНЫХ СРЕД В СЕПАРАТОРАХ С ВСТАВКАМИ СЛОЖНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Ключевые слова: компьютерное моделирование, неньютоновские двухфазные среды, процессы разделения, сепараторы с вставками сложной геометрии.

Рассмотрено компьютерное моделирование процессов течения и разделения двухфазных неньютоновских сред в сепараторах с вставками сложной геометрической формы. Криволинейные каналы используются в центробежных сепараторах для идентификации процесса разделения. Основой компьютерного моделирования является математическая модель процесса течения двухфазных неньютоновских систем в областях с криволинейными стенками. Для построения математической модели процесса течения двухфазных неньютоновских сред использованы уравнения сохранения массы и импульса механики многофазных сред, которые записаны в ортогональной системе координат связанной с областью течения. Уравнения сохранения упрощены с учетом особенностей течения близких к одномерным, которые решаются с использованием модифицированного метода поверхностей равных расходов. В результате определяются скорость течения несущей фазы в квазигомогенном приближении. Знание поля скоростей несущей фазы позволяет рассчитать траекторию движения дисперсной среды, что является определяющим фактором для расчета работы сепараторов и процесса разделения исходной смеси. Для замыкания системы уравнений сохранения импульса были использованы известные формулы для силы межфазного взаимодействия и реологического закона состояния неньютоновской двухфазной среды. Численные расчеты проводились для сепараторов с параболическими и каноническими вставками с учетом входного участка и влияния поля центробежной силы. При этом в широком диапазоне варьировались местоположение и количество поверхностей равных расходов. Был выполнен соответствующий вычислительный эксперимент для различных значений параметров области течения, реологического закона состояния и режимов течения двухфазной неньютоновской среды. В результате обнаружено, что на начальном участке течения происходит преобразование профиля скоростей несущей фазы от начального плоского до параболического входа. Построенная математическая модель, описывающая гидродинамическую обстановку в области течения неньютоновской среды, позволяет проводить компьютерное моделирование по расчету течения двухфазной неньютоновской среды в рабочем канале сложной формы центробежного сепаратора. При этом конкретная форма области течения уточняется заданием соответствующих коэффициентов Ляме для области течения. На основе компьютерного моделирования изучены различные режимы течения и влияние различных геометрических характеристик канала сепаратора, массовых сил, параметров реологического закона состояния среды Оствальда-деВилля на гидродинамическую обстановку в рабочем канале сепаратора и процесс разделения смеси. Результаты компьютерного моделирования могут служить основой оптимального аппаратного оформления центробежных сепараторов.

R. I. Ibyatov, F. G. Akhmadiev

COMPUTER MODELING OF FLOW AND SEPARATION OF NON-NEWTONIAN TWO-PHASE MEDIA IN SEPARATORS WITH COMPLEX GEOMETRY INSERTS

Key words: computer modeling, non-Newtonian two-phase media, separation processes, separators with inserts of complex geometry.

Computer modeling of the processes of flow and separation of two-phase non-Newtonian media in separators with inserts of complex geometric shape is considered. Curvilinear channels are used in centrifugal separators to identify the separation process. The basis for computer modeling is a mathematical model of the flow process of two-phase non-Newtonian systems in areas with curved walls. To build a mathematical model of the flow process of two-phase non-Newtonian media, the equations of conservation of mass and momentum of multiphase media mechanics are used, which are written in the orthogonal coordinate system associated with the flow area. The conservation equations are simplified taking into account the flow features close to one-dimensional, which are solved using a modified method of surfaces of equal flow rates. As a result, the flow velocity of the carrier phase in the quasi-homogeneous approximation is determined. Knowledge of the velocity field of the carrier phase allows us to calculate the trajectory of the dispersed medium, which is a determining factor for calculating the operation of separators and the process of separation of the initial mixture. To close the system of momentum conservation equations, the known formulas for the force of interphase interaction and the rheological law of state of a non-Newtonian two-phase medium were used. Numerical calculations were performed for separators with parabolic and canonical inserts taking into account the inlet section and the influence of the centrifugal force field. At the same time, the location and number of surfaces of equal flow rates are varied in a wide range of variation. The corresponding computational experiment was performed for different values of the parameters of the flow region, rheological law of state, and flow regimes of a two-phase non-Newtonian medium. As a result, it was found that the initial flow region undergoes a transformation of the velocity profile of the carrier phase from an initial flat to parabolic inlet. The constructed mathematical model describing the hydrodynamic situation in the flow area of a non-Newtonian medium allows us to carry out computer modeling to calculate the flow of a two-phase non-Newtonian medium in the working channel of a complex shape of a centrifugal separator. In this case, the specific shape of the flow region is specified by setting the appropriate Lyamé coefficients for the flow region. On the basis of

computer modeling different flow regimes and the influence of different geometrical characteristics of the separator channel, mass forces, parameters of the Ostwald-de Wile rheological law of the medium state on the hydrodynamic situation in the separator working channel and the process of mixture separation are studied. The results of computer modeling can serve as a basis for optimal hardware design of centrifugal separators.

Введение

Процессы разделения гетерогенных сред под действием различных силовых полей, в частности центробежной силы, составляют основу многих технологических процессов. Разделение жидкостных дисперсных сред в поле центробежной силы производится с помощью различных аппаратов. Для интенсификации процесса разделения тонкодисперсных сред широко применяются тарельчатые сепараторы [1,2]. В тарельчатых сепараторах пакет соосно расположенных вставок разделяет жидкостную систему на тонкие слои, что обеспечивает уменьшение пути осаждения дисперсных частиц. Другой важнейшей характеристикой работы тарельчатых сепараторов является интенсивность воздействия центробежной силы на жидкостный поток с учетом угла наклона стенки относительно оси вращения. В сепараторах с криволинейными вставками расстояние между ними, а также направление действия центробежной силы относительно стенок канала являются переменными величинами. Следовательно, жидкостные сепараторы с криволинейными вставками могут быть использованы для ускорения процесса разделения [3]. Конечной целью разделения неоднородных сред могут являться как осветление жидкостей, так и выделение твердой фазы в виде конечного продукта. Однако, в любом случае процесса разделения, дисперсная фаза должна успеть осесть на стенку канала, пока поток находится в зазоре между вставками.

Вопросы разделения двухфазных сред рассмотрены в многочисленных работах, например, [3-7]. При этом в основном изучается гидродинамическая обстановка в тарельчатых сепараторах с коническими вставками без учета взаимовлияния фаз неньютоновской разделяемой среды, не рассчитывается траектория движения частиц в канале, что является основным определяющим фактором для процесса разделения. Поэтому, расчет траектории движения дисперсных частиц в криволинейном канале является актуальной задачей при расчете работы сепараторов, т.к. эти вопросы недостаточно изучены.

Имеются работы [8,9], в которых исследованы гидродинамическая обстановка и потеря давления при течении жидкостей в каналах различной геометрической формы. Вопросы оптимизации формы канала с целью уменьшения потери давления рассмотрены в работе [9].

Гидродинамическая обстановка в областях криволинейной формы остается малоизученной. Особенно это относится к вопросам моделирования течения и разделения многофазных неньютоновских сред в таких областях. Моделирование гидродинамической обстановки особенно сильно усложняется при течении двухфазных неньютоновских сред из-за проблемы замыкания

уравнения сохранения импульса, энергии. Это относится к определению силы межфазного взаимодействия, реологических характеристик фаз, коэффициента теплопроводности и т.д.

В настоящее время имеется ряд публикаций, например [10-16], в которых изучены эти проблемы. Результаты этих работ могут быть использованы при математическом моделировании течения неньютоновских двухфазных сред.

Целью данной работы являются компьютерное моделирование течения двухфазной неньютоновской среды и движения дисперсных частиц в осесимметричном и плоском потоках в пространстве между криволинейными поверхностями сепараторов и проведение вычислительного эксперимента для сред со степенным реологическим законом.

Математическая модель

Рассматриваются осесимметричные или плоские течения гетерогенной неньютоновской среды в пространстве между криволинейными вставками. Жидкостный поток с постоянным расходом движется по направлению от периферии тарелок к центру аппарата под действием перепада давления и центробежной силы. Под действием центробежной силы частицы дисперсной фазы могут оседать к одной из поверхностей в зависимости от разностей плотностей фаз. При значительных концентрациях может образоваться слой осадка [18, 19]. Осажденная масса частиц может оставаться неподвижной или может двигаться под действием центробежной силы в направлении от центра к периферии канала. Из-за осаждения дисперсных частиц изменится их средняя концентрация в потоке (рис.1).

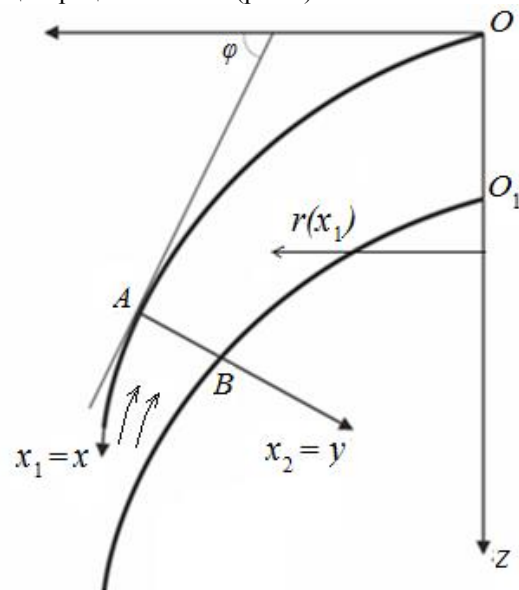


Рис. 1 – Схема области течения двухфазной среды в криволинейном канале между вставками

Fig. 1 – Diagram of the flow field of a two-phase medium in a curved channel between inserts

Для описания течения гетерогенных сред можно использовать методы механики многофазных сред [10]. Уравнения сохранения импульсов двухфазной среды при отсутствии фазовых превращений можно записать в виде [10]

$$\rho_1 \frac{d\bar{V}_1}{dt} = \nabla \sigma_{1*} - n \bar{f}_{12} + \rho_1 \bar{F}, \quad (1)$$

$$\rho_2 \frac{d\bar{V}_2}{dt} = n \bar{f}_{12} + \rho_2 \bar{F}, \quad (2)$$

В случае движения тонкослойных потоков, когда параметры фаз близки, можно использовать квазигомогенную модель двухфазных сред с переменными по продольной координате средней концентрации частиц $\alpha_2(x_1)$ и характеристиками $\rho(\alpha_2(x_1))$ и $\mu(\alpha_2(x_1))$. Тогда из уравнений (1)-(2) можно получить уравнение

$$\rho \frac{d\bar{V}}{dt} = \nabla \sigma_{1*} + \rho \bar{F}, \quad (3)$$

где $\rho = \rho_1 + \rho_2$, $\rho \bar{V} = \rho_1 \bar{V}_1 + \rho_2 \bar{V}_2$, $\bar{F}$ - вектор массовых сил. Данное уравнение позволяет находить скорость $\bar{V}$ эффективной несущей среды.

Для тонкослойных осесимметричных и плоских течений эффективной несущей среды упрощенные уравнения сохранения массы и импульса, записанные в ортогональной системе координат x_1 , x_2 , x_3 , связанной с областью течения, после оценки значимости слагаемых согласно [7,17, 20-22], могут быть записаны в виде

$$\frac{\partial(H_2 H_3 \rho U)}{\partial x_1} + \frac{\partial(H_1 H_3 \rho V)}{\partial x_2} = 0, \quad (4)$$

$$\rho \left(\frac{U}{H_1} \frac{\partial U}{\partial x_1} + \frac{V}{H_2} \frac{\partial U}{\partial x_2} + \frac{UV}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial x_2} \right) =$$

$$= -\frac{1}{H_1} \frac{\partial P}{\partial x_1} + \tau_{12} + \rho F_1, \quad (5)$$

$$-\rho \frac{U^2}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial x_2} = -\frac{1}{H_2} \frac{\partial P}{\partial x_2} + \rho F_2, \quad (6)$$

где

$$\tau_{12} = \frac{\mu}{H_1^2 H_2 H_3} \frac{\partial}{\partial x_2} \left[H_1^2 H_3 \left| \frac{H_1}{H_2} \frac{\partial(U/H_1)}{\partial x_2} \right|^{n-1} \cdot \frac{H_1}{H_2} \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{U}{H_1} \right) \right],$$

$$(U, V) = \bar{V}.$$

для степенного закона Оствальда-де Виля. Для определения эффективной вязкости (коэффициента консистенции μ , коэффициента нелинейности n) можно использовать результаты работ [10-14]

Данная система уравнений должна решаться при следующих граничных условиях

$$\text{при } x_2 = 0: \quad U = 0, \quad V = 0; \quad (7.1)$$

$$\text{при } x_2 = h(x_1): \quad U = 0, \quad V = 0. \quad (7.2)$$

Если на одной из границ образуется слой осадка, который скользит под действием массовой силы со скоростью U_0 , то одно из граничных условий

заменяется условием $U = U_0$ на его поверхности. На входном сечении задается начальное условие

$$x_1 = x_{10}: U = U_{10}(x_2), \quad p = p_0. \quad (7.3)$$

Для решения задачи (4)-(7) применим метод поверхностей равных расходов, предложенный Л.П. Холпановым, В.Я. Шкадовым [23]. В соответствии с этим методом вводятся в поле течения двухфазной среды линии тока, которые в условиях стационарности потока совпадают с поверхностями равных расходов. В случае осесимметричных течений поверхности равных расходов вводятся как функции продольной координаты: $y_k = y_k(x_1)$, $k = \overline{0, N+1}$. При этом компоненты скорости среды на введенных поверхностях тоже являются функциями координаты $x_1: U_k = U[x_1, y_k(x_1)]$, $V_k = V[x_1, y_k(x_1)]$.

Линии y_0 и y_{N+1} совпадают с границами криволинейного канала или с поверхностями осажденной массы. Задачу расчета течения двухфазной среды между криволинейными стенками теперь можно свести к численному определению линии тока и полей скоростей на них.

Решение задачи (4) – (7) подробно изложено в работах [7, 17, 22]. Поэтому в данной работе решение этой задачи излагать не будем.

После определения поля скоростей $\bar{V}$ или $\bar{V}_1$ по уравнению (2) можно приступить к вычислению поля скоростей движения частиц $\bar{V}_2$ и траектории движения дисперсной фазы. Уравнение движения дисперсной частицы удобней рассматривать в неинерциальной системе координат, движущейся с макроскопической скоростью несущей фазы $\bar{V}_1$ и ускорением $d_2 \bar{V}_1 / dt$, в которой пробная частица движется со скоростью $\bar{W}_{12} = \bar{V}_1 - \bar{V}_2$ и ускорением $d_2 \bar{W}_{12} / dt$ [10]. Сила межфазного взаимодействия $\bar{f}_{12}$ состоит из нескольких компонентов. В предположении малости числа Рейнольдса, характеризующего режим осаждения частицы дисперсной фазы, силами присоединенных масс и Магнуса можно пренебречь. Для определения эффективной вязкости среды $\mu(\alpha_2)$ и силы межфазного взаимодействия $\bar{f}_{12}$ можно использовать результаты работ [10-14]. Тогда силу межфазного взаимодействия можно представить в виде суммы силы вязкого трения и выталкивающей силы Архимеда [10,12-14]

$$\bar{f}_{12} = \frac{4\pi a^3}{3} \rho_1^0 \left(\frac{d\bar{V}_1}{dt} - \bar{F} \right) +$$

$$+ C_\mu \pi a^2 \frac{\rho_1^0 w^2}{2} \frac{\bar{W}_{12}}{w}, \quad a = \frac{d}{2}, \quad (8)$$

где $w = |\bar{W}_{12}|$ - модуль относительной скорости дисперсной частицы. В рассматриваемом режиме осаждения влиянием инерционных эффектов на возникновение выталкивающей силы пренебрегаем. От числа частиц перейдем к объемной концентрации.

Тогда, после подстановки выражения (8) в уравнение (2), оно для дисперсной фазы приводится к виду [10, 11]

$$\frac{d\bar{V}_2}{dt} = k\bar{W}_{12}^2 + \left(1 - \frac{\rho_1^0}{\rho_2^0}\right)\bar{F}, \quad (9)$$

где $k = \frac{0,75C_\mu\rho_1^0}{\rho_2^0 d}$, $C_\mu = \frac{32,5}{Re}(1 + 2,5Re^{0,2})$,

$$Re = \frac{H^n U^{2-n} \rho_1^0}{\mu}.$$

Предположим, что криволинейный осесимметричный канал тарельчатого сепаратора образован двумя вставками, которые заданы уравнениями

$$z = f(R), \quad z = s(R).$$

Пусть продольная координата x_1 совпадает с образующей верхней поверхности вращения, а координата R – величина, определяющая расстояние ее произвольной точки от оси вращения. Определение параметров такого канала подробно изложены в работах [7, 17, 22]. Поэтому в данной работе эти вопросы излагаться не будут.

Численные расчеты

Для реализации численных расчетов необходимо определить форму вставок тарельчатого сепаратора и выбрать соответствующую систему координат. Пусть вставки сепаратора имеют параболическую форму и описываются уравнениями $f(R) = aR^m$ и $s(R) = aR^m + b$.

Тогда выберем ортогональную систему координат $(x_1 = x, x_2 = y, x_3 = \phi)$ с коэффициентами Ляме $H_1 = 1, H_2 = 1, H_3 = r$. После перехода к безразмерным величинам [7, 22] для данной системы координат векторное уравнение (9) запишется в виде следующих скалярных уравнений

$$\frac{du}{dt} = k(U - u)^2 Re - r \sin \beta \left(1 - \frac{\rho_1^0}{\rho_2^0}\right) \frac{Re^2}{Fr}, \quad (10)$$

$$\frac{dv}{dt} = k(V - v)^2 - r \cos \beta \left(1 - \frac{\rho_1^0}{\rho_2^0}\right) \frac{Re^3}{Fr}. \quad (11)$$

Построенные уравнения позволяют вычислять значения компонентов скоростей движения дисперсных частиц u и v . По известным компонентам скоростей u и v траектория движения частиц рассчитывается с помощью уравнений

$$\frac{dx}{dt} = u, \quad \frac{dy}{dt} = v. \quad (12)$$

Уравнения (10)–(12) решаются совместно методом Рунге-Кутты при заданных начальных условиях

$$u(0) = u_0, \quad v(0) = v_0, \quad x(0) = x_0, \quad y(0) = y_0.$$

При реализации численных расчетов по системе уравнений (10)–(12) проверялись устойчивость и сходимость численных результатов по соответствующим критериям.

Следует отметить, что при решении уравнений (10)–(12) необходимо использовать локальные значения скоростей эффективной несущей фазы U и V , которые определяются из решения уравнений (4)–(7) и

соответствуют местоположению дисперсной частицы.

Обсуждение результатов

Для удобства обсуждения результатов начало координат было перенесено к периферии канала, направление оси X изменено на противоположное. Траектория отсчитывалась от поверхности нижней стенки канала. Расчеты были проведены для изучения траектории осаждения дисперсных частиц при условии коэффициента нелинейности $n < 1$. Результаты численных расчетов представлены на рисунках 2–6. При обсуждении полученных численных результатов необходимо учитывать следующее. Расчеты проводились в безразмерных величинах, где число Рейнольдса выступает в качестве коэффициента нормирования. Поскольку число Re является функцией от n , установленные закономерности влияния коэффициента нелинейности среды на траекторию осаждения частиц являются качественными результатами.

Интенсивность разделения гетерогенных сред сильно зависит от реологических и физических характеристик составляющих фаз. Влияние коэффициента нелинейности псевдопластической жидкости на траекторию осаждения частиц представлены на рисунке 2. При уменьшении коэффициента нелинейности среды интенсивность осаждения твердой частицы возрастает. Аналогичная картина наблюдается при уменьшении коэффициента консистенции μ (рис.3).

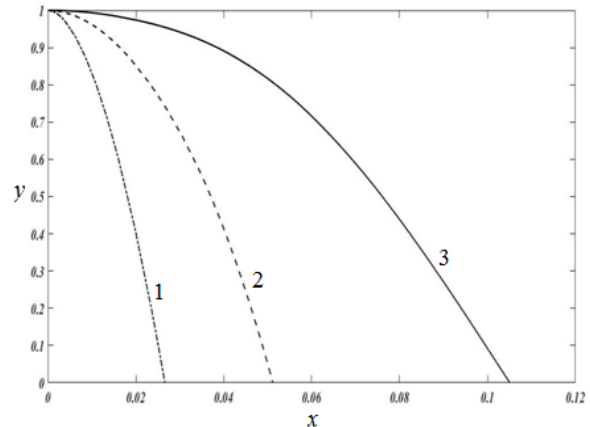


Рис. 2 - Влияние коэффициента нелинейности среды на траекторию осаждения частиц при значениях $\mu = 0.1$ (кг сⁿ⁻²)/м, $\rho_1^0 = 1000$ кг/м³, $\rho_2^0 = 1250$ кг/м³, $d = 0.02$, $Fr = 4$: 1- $n = 0.8$; 2- $n = 0.9$; 3- $n = 1$

Fig. 2 - Effect of the medium nonlinearity coefficient on the particle deposition trajectory at values $\mu = 0.1$ (kg sⁿ⁻²/m, $\rho_1^0 = 1000$ kg/m³, $\rho_2^0 = 1250$ kg/m³, $d = 0.02$, $Fr = 4$: 1- $n = 0.8$; 2- $n = 0.9$; 3- $n = 1$

Уменьшение коэффициента μ приводит к возрастанию интенсивности осаждения. На рисунке 4 показано влияние разности плотностей фаз на траектории осаждения. Влияние скорости вращения на траекторию осаждения при разных значениях коэффициента нелинейности представлено на рисунке 5. С увеличением центробежной силы скорость осаждения

частиц увеличивается, но при этом одновременно возрастает продольная скорость движения двухфазной среды, что может привести к уносу частиц из аппарата. При увеличении разности плотностей фаз, а также скорости вращения канала, интенсивность осаждения дисперсной частицы существенно увеличивается. Кривые осаждения при разных значениях диаметра частицы приведены на рис 6.

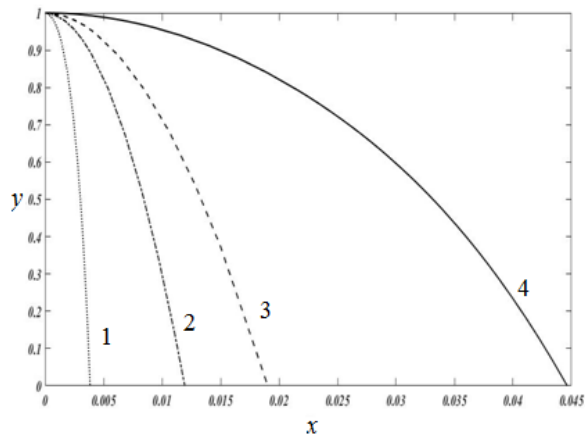


Рис. 3 - Влияние коэффициента консистенции среды на траекторию осаждения частиц при значениях $\rho_1^0 = 1000 \text{ кг/м}^3$, $\rho_2^0 = 1500 \text{ кг/м}^3$, $d=0.02$, $Fr=1$: 1- $n=0.9$, $\mu = 0.05 \text{ (кг с}^{n-2}\text{)/м}$; 3- $n=1$, $\mu = 0.05 \text{ (кг с}^{n-2}\text{)/м}$; 2- $n=0.9$, $\mu = 0.1 \text{ (кг с}^{n-2}\text{)/м}$; 4- $n=1$, $\mu = 0.1 \text{ (кг с}^{n-2}\text{)/м}$

Fig. 3 - Influence of the medium consistency coefficient on the particle deposition trajectory at values $\rho_1^0 = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\rho_2^0 = 1500 \text{ kg/m}^3$, $d=0.02$, $Fr=1$: 1 - $n=0.9$, $\mu = 0.05 \text{ (kg s}^{n-2}\text{)/m}$; 3 - $n=1$, $\mu = 0.05 \text{ (kg s}^{n-2}\text{)/m}$; 2 - $n=0.9$, $\mu = 0.1 \text{ (kg s}^{n-2}\text{)/m}$; 4 - $n=1$, $\mu = 0.1 \text{ (kg s}^{n-2}\text{)/m}$

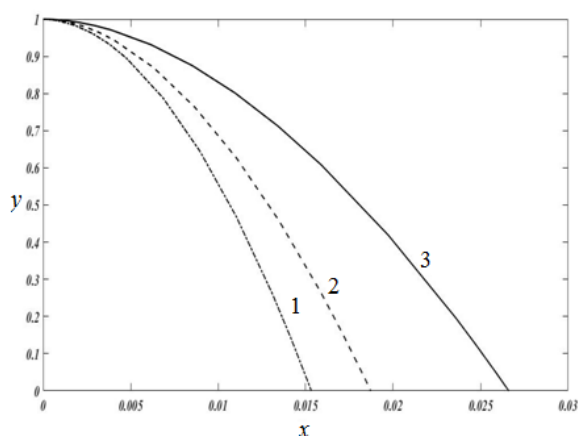


Рис. 4 - Влияние разности плотностей фаз на траекторию осаждения частиц при значениях $\mu = 0.1 \text{ (кг с}^{n-2}\text{)/м}$, $\rho_1^0 = 1000 \text{ кг/м}^3$, $d=0.02$, $n=0.8$, $Fr=4$: 1 - $\rho_2^0 = 1750 \text{ кг/м}^3$; 2 - $\rho_2^0 = 1500 \text{ кг/м}^3$; 3- $\rho_2^0 = 1250 \text{ кг/м}^3$

Fig. 4 - Effect of phase density difference on particle deposition trajectory at values $\mu = 0.1 \text{ (kg s}^{n-2}\text{)/m}$, $\rho_1^0 = 1000 \text{ kg/m}^3$, $d=0.02$, $n=0.8$, $Fr=4$: 1 - $\rho_2^0 = 1750 \text{ kg/m}^3$; 2 - $\rho_2^0 = 1500 \text{ kg/m}^3$; 3 - $\rho_2^0 = 1250 \text{ kg/m}^3$

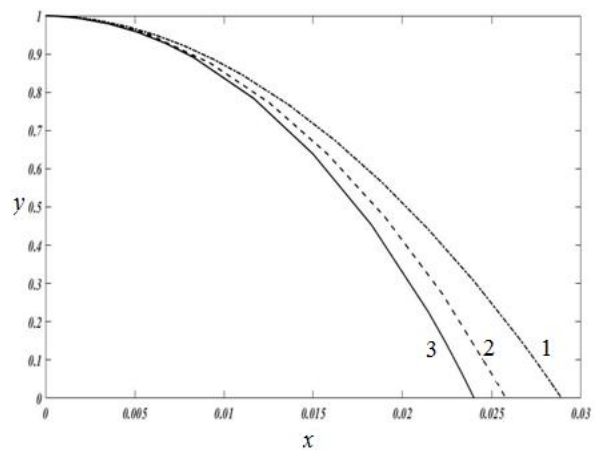


Рис. 5 - Влияние диаметра частицы на траекторию осаждения при значениях $\mu = 0.2 \text{ (кг с}^{n-2}\text{)/м}$, $\rho_1^0 = 1000 \text{ кг/м}^3$, $\rho_2^0 = 1200 \text{ кг/м}^3$, $Fr=0.44$, $n=0.8$: 1- $d=0.02$; 2- $d=0.04$; 3- $d=0.06$

Fig. 5 - Effect of particle diameter on the deposition trajectory at values of $\mu = 0.2 \text{ (kg s}^{n-2}\text{)/m}$, $\rho_1^0 = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\rho_2^0 = 1200 \text{ kg/m}^3$, $Fr=0.44$, $n=0.8$: 1- $d=0.02$; 2- $d=0.04$; 3- $d=0.06$

Заключение

Построенная математическая модель позволяет описать течения двухфазных сред в сепараторах с криволинейными вставками с использованием адаптированного метода поверхностей равных расходов. Установлены закономерности влияния параметров области течения, реологических и физических характеристик среды и центробежной силы потока жидкостей и на процесс разделения двухфазных смесей. Были проведены численные расчеты траектории осаждения дисперсных частиц при различных параметрах. Результаты компьютерного моделирования течения могут быть использованы при расчете различных технологических процессов, связанных с процессом разделения двухфазных сред. Например, расчеты позволяют определить критические размеры частиц и разность плотностей фаз двухфазной системы, при которых возможно разделение в сепараторе при конкретных условиях его работы.

Регулируя изменение вышеперечисленных факторов можно повысить эффективность разделения двухфазной среды и можно поставить задачу оптимизации работы сепараторов. Результаты численных расчетов согласуются с данными приведенными в работах [3, 5-6, 22].

Обозначения

F_1, F_2 – компоненты вектора массовых сил в направлении координат x_1 и x_2 , $\text{кг/(м с}^2\text{)}$; H_i – коэффициенты Ляме; h – расстояние между стенками канала, м; m – параметр канала; n – коэффициент нелинейности среды; N – количество линий тока; P – давление, н/м^2 ; R – радиус вращения внешней стенки канала, м; r – радиус вращения произвольной точки потока, м; Re – число Рейнольдса; U, V – компоненты скорости

течения в направлениях χ_1 и χ_2 , м/с; α_i – объемная концентрация i -ой фазы; d – диаметр частиц; β – угол наклона касательной к верхней поверхности вращения канала, град; μ – коэффициент консистенции среды, (кг·с ^{n})/м; ρ – плотность двухфазной среды, кг/м³; ρ_i – плотность i -ой фазы, кг/м³; ω – скорость вращения канала, с⁻¹. Индексы: 0 – начальное значение параметра; 1 – дисперсионная среда; 2 – дисперсная фаза; k – номера линии тока.

Литература

1. П.Г. Романков, С.А. Плюшкин, Жидкостные сепараторы. М.: Машиностроение. 1976. 256с.
2. Т.А.Малиновская, И.А. Кобринский, О.С. Кирсанов, В.В. Рейнфарт, Разделение суспензий в химической промышленности. Москва: Химия. 1983. 263 с.
3. Е. В.Семенов, А.А.Славянский, Н.Н. Лебедева, Особенности процесса центробежного разделения жидкостной системы в сепараторе со вставками двойной кривизны. *Хим. и нефтег. машиностроение*, 3, 3–7 (2019).
4. Fagri and Asako. Numerical calculations of heat transfer and pressure losses during flow in channels with narrowing and expansion of the passage section, *Heattransfer*, 2, 44–50 (1988).
5. В.Г.Жуков, В.М. Чесноков, Давление в тонкослойном потоке жидкости тарельчатого центробежного сепаратора, *Теор. основы хим. технологии*, 6(50), 683–693 (2016).
6. E.V.Semenov, A.A. Slavjanskij, A.V. Karamzin For the calculation of hydrodynamic characteristics of disc separator, *Khranenie Pererab. Sel'khozsyrya*, 6, 166-176 (2020).
7. R.I. Ibyatov, F.G. Akhmadiev, Mathematical Modeling of the Flow of Two-Phase Media in Disc Stack Separators with Curvilinear Discs, *Theor. Found. Chem. Eng.*, 4 (57), 489-496 (2023).
8. А.Г. Багоутдинова, Я.Д. Золотонос, Математическая модель сопряженной задачи теплообмена при турбулентном течении в каналах сложной геометрии, *Изв. Казанского гос. архит.-строит. ун-та*, 2 (24). С. 157–167. (2013)
9. Ф.Г. Ахмадиев, И.В. Маланичев, Снижение потерь давления в вентиляционных каналах на основе решения задачи структурно-параметрической оптимизации, *Изв. Казанского гос. архит.-строит. ун-та*, 4(50), 271–278 (2019).
10. Р.И. Нигматулин, Динамика многофазных сред, Ч.1. Москва: Наука, 1987. 464с.
11. Г.И. Келбалиев Коэффициент сопротивления твердых частиц, капель и пузырей различной формы, *Теор. основы хим. технологии*, 3(45), 264–283 (2011).
12. Tanaka H. and J.L. White, A cell model theory of shear viscosity of a con-centrated suspension of interacting spheres in non-newtonian fluid, *Non-Newtonian Fluid Mech*, 4(7), 333–343 (1980).
13. О.М. Соковкин, Н.В. Загоскина, С.Н. Загоскина, Гидродинамика движения сферических частиц, капель и пузырей в неньютоновской жидкости, *Аналитические методы исследования. Теор. основы хим. технологии*, 346, 243–257 (2012).
14. О.М. Соковкин, Н.В. Загоскина, С.Н. Загоскина, Гидродинамика движения сферических частиц, капель и пузырей в неньютоновской жидкости. Численные методы исследования, *Теор. основы хим. технологии*, 5(46), 540–553, 2012.
15. Makfin Rhodes, Introduction to particle technology ranash university, *Avstralia: John Wiley & Sons*, 91–116 (2008).
16. Ю.А. Бувеч, Ю.А. Корнеев, Эффективная теплопроводность дисперсной среды при малых числах Пекле, *Инженерно-физический журнал*, 4(31), 607–612, (1976).
17. Р.И. Ибятов, Ф.Г. Ахмадиев, Р.А. Галимов, Д.М. Галиев, Компьютерное моделирование течения неньютоновских двухфазных сред в областях сложной геометрии, *Вестник Технологического университета*, 3(27), 73-78, (2024).
18. R.I. Ibyatov, F.G. Akhmadiev, L.P.Kholpanov, Flow of a multiphase medium over a permeable surface with formation of sediment, *J.Eng.Phys.Therm.*, 2(78), 65-74 (2005).
19. Р.И. Ибятов, Л.П. Холпанов, Ф.Г. Ахмадиев, Р.Р. Фазылзянов, Математическое моделирование процесса расслоения многофазной среды, *Теор. основы хим. технологии*, 4(40), 366–375 (2006).
20. Р.И. Ибятов, Л.П. Холпанов, Ф.Г. Ахмадиев, Р.Р. Фазылзянов, Расчет течения гетерогенных сред неньютоновского поведения по проницаемым поверхностям, *Инженерно-физический журнал*, 6(76), 80-87 (2003).
21. Р.И. Ибятов, Л.П. Холпанов, Ф.Г. Ахмадиев, Течение многофазных сред по проницаемой поверхности с образованием осадка *Инженерно-физический журнал*, 2(78), 65-72 (2005).
22. Р.И. Ибятов, Ф.Г. Ахмадиев, Математическое моделирование течения неньютоновской двухфазной среды в канале сложной геометрической формы, *Инженерно-физический журнал*, 5(97), 1-9 (2024).
23. Л.П. Холпанов, В.Я. Шкадов Гидродинамика и тепломассообмен с поверхностью раздела. М.: Наука. 1990. 270 с.

References

1. P.G. Romanov, S.A. Plyushkin, Liquid Separators. Moscow: Mashinostroenie. 1976. 256 p.
2. T.A. Malinovskaya, I.A. Kobrinsky, O.S. Kirsanov, V.V. Reinfert, Separation of Suspensions in the Chemical Industry. Moscow: Chemistry. 1983. 263 p.
3. E. V. Semenov, A. A. Slavyansky, N. N. Lebedeva, Features of the centrifugal separation process of a liquid system in a separator with double curvature inserts. *Chemical and Oil Engineering*, 3, 3–7 (2019).
4. Fagri and Asako. Numerical calculations of heat transfer and pressure losses during flow in channels with narrowing and expansion of the passage section, *Heat Transfer*, 2, 44–50 (1988).
5. V.G. Zhukov, V.M. Chesnokov, Pressure in a thin-layer liquid flow of a disc centrifugal separator, *Theoretical Foundations of Chemical Technology*, 6(50), 683–693 (2016).
6. E.V.Semenov, A.A. Slavjanskij, A.V. Karamzin For the calculation of hydrodynamic characteristics of disc separator, *Khranenie Pererab. Sel'khozsyrya*, 6, 166-176 (2020).
7. R.I. Ibyatov, F.G. Akhmadiev, Mathematical Modelling of the Flow of Two-Phase Media in Disc Stack Separators with Curvilinear Discs, *Theor. Found. Chem. Eng.*, 4 (57), 489-496 (2023).
8. A.G. Bagoutdinova, Ya.D. Zolotonosov, Mathematical model of a coupled heat transfer problem in turbulent flow in channels of complex geometry, *Bulletin of Kazan State Arch. and Civ. Eng. Univ.*, 2 (24). Pp. 157–167. (2013)
9. F.G. Akhmadiev, I.V. Malanichev, Reduction of pressure losses in ventilation ducts based on the solution of a structural-parametric optimisation problem, *Bulletin of Kazan State Architectural and Civil Engineering University*, 4(50), 271–278 (2019).
10. R.I. Nigmatulin, Dynamics of Multiphase Media, Part 1. Moscow: Nauka, 1987. 464 p.

11. G.I. Kelbaliev Coefficient of resistance of solid particles, droplets and bubbles of various shapes, *Theoretical Foundations of Chemical Technology*, 3(45), 264–283 (2011).
12. Tanaka H. and J.L. White, A cell model theory of shear viscosity of a concentrated suspension of interacting spheres in non-Newtonian fluid, *Non-Newtonian Fluid Mech*, 4(7), 333–343 (1980).
13. O.M. Sokovkin, N.V. Zagoskin, S.N. Zagoskin, Hydrodynamics of spherical particles, droplets and bubbles in non-Newtonian fluids, *Analytical Methods of Investigation. Theoretical Foundations of Chemical Technology*, 346, 243–257 (2012).
14. O.M. Sokovkin, N.V. Zagoskin, S.N. Zagoskin, Hydrodynamics of spherical particles, droplets and bubbles in non-Newtonian fluids. Numerical methods of investigation, *Theoretical foundations of chemical technology*, 5(46), 540–553, 2012.
15. Makfin Rhodes, Introduction to particle technology ranash university, *Avstralia: John Wiley & Sons*, 91–116 (2008).
16. Yu. A. Buevich, Yu. A. Korneev, Effective thermal conductivity of a dispersed medium at low Peclet numbers, *Engineering Physics Journal*, 4(31), 607–612, (1976).
17. R.I. Ibyatov, F.G. Akhmadiev, R.A. Galimov, D.M. Galiev, Computer modelling of non-Newtonian two-phase flow in areas of complex geometry, *Herald of Technological University*, 3(27), 73-78, (2024).
18. R.I. Ibyatov, F.G. Akhmadiev, L.P. Kholpanov, Flow of a multiphase medium over a permeable surface with formation of sediment, *J.Eng.Phys.Therm.*, 2(78), 65-74 (2005).
19. R.I. Ibyatov, L.P. Kholpanov, F.G. Akhmadiev, R.R. Fazylzyanov, Mathematical modelling of the process of multiphase medium separation, *Theoretical Foundations of Chemical Technology*, 4(40), 366–375 (2006).
20. R.I. Ibayev, L.P. Kholpanov, F.G. Akhmadiev, R.R. Fazylzyanov, Calculation of the flow of heterogeneous non-Newtonian media over permeable surfaces, *Engineering Physics Journal*, 6(76), 80-87 (2003).
21. R.I. Ibyatov, L.P. Kholpanov, F.G. Akhmadiev, Flow of multiphase media over a permeable surface with sedimentation, *Engineering Physics Journal*, 2(78), 65-72 (2005).
22. R.I. Ibayev, F.G. Akhmadiev, Mathematical modelling of the flow of a non-Newtonian two-phase medium in a channel of complex geometry, *Engineering Physics Journal*, 5(97), 1-9 (2024).
23. L.P. Kholpanov, V.Ya. Shkadov, Hydrodynamics and heat and mass transfer at the interface. Moscow: Nauka. 1990. 270 p.

© **Ф. Г. Ахмадиев** – доктор технических наук, профессор кафедры Информационных систем и технологий Казанский государственный архитектурно-строительного университет, Казань, Россия, Akhmadiev@kgasu.ru; **Р. И. Ибяттов** – профессор, доктор технических наук, зав. каф. Физики и математики Казанский государственный аграрный университет, r.ibjatov@mail.ru.

© **F. G. Akhmadiev** – Doctor of Sciences (Technical Sci.), Professor, Department of Information Systems and Technologies, Kazan State University of Architecture and Engineering, Kazan, Russia, Akhmadiev@kgasu.ru; **R. I. Ibyatov** - Doctor of Sciences (Technical Sci.), Professor, Head of the department of Physics and Mathematics, Kazan State Agrarian University, r.ibjatov@mail.ru.

Дата поступления рукописи в редакцию – 21.04.25.

Дата принятия рукописи в печать – 05.05.25.