УДК 519.852 DOI 10.55421/3034-4689_2025_28_106

С. И. Носков, С. В. Беляев

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ КЛАСТЕРНОЙ КУСОЧНО-ЛИНЕЙНОЙ РЕГРЕССИОННОЙ ФУНКЦИИ ЛЕОНТЬЕВА МЕТОДОМ НАИМЕНЬШИХ МОДУЛЕЙ

Ключевые слова: кластерная кусочно-линейная регрессионная модель Леонтьева, метод наименьших модулей, задача линейно-булева программирования, качество аппроксимации, средняя процентная ошибка, добыча цемента.

В работе дан краткий обзор публикаций по применению при кластеризации данных как линейных, так и нелинейных методов. В частности, рассмотрены: четыре группы нелинейных алгоритмов кластеризации: кластеризация на основе ядра, модель с несколькими образцами, метод на основе графа и кластеризация опорных векторов; обзор ядерных и спектральных методов кластеризации; подход к разделительной иерархической кластеризации, который способен идентифицировать кластеры в нелинейных многообразиях; использование функциональной нейронной сети связи для преобразования выборок данных в нелинейную область; метод кластеризации нелинейных и нестационарных временных рядов; способ повышения эффективности алгоритма ложных ближайших соседей для оценки порядка линейных и нелинейных систем, основанный на кластеризации; метод нечеткого моделирования нелинейных систем с неравномерной выборкой; методы кластеризации временных рядов с общей зависимой и нелинейной структурой; подход, основанный на нечеткой кластеризации с-средних и анализе главных компонентов ядра для решения проблемы многоспектральных изображений; метод кластеризации временных рядов на основе их структурных характеристик. Разработан алгоритмический способ построения кластерной кусочно-линейной модели Леонтьева, основанный на решении задачи линейно-булева программирования при выборе функции потерь в виде суммы абсолютных значений ошибок аппроксимации. При этом одновременно решаются две задачи - расчет оценок параметров и формирование составов индексных множеств, содержащих номера входящих в кластеры наблюдений выборки. Разработана обладающая высоким качеством аппроксимации кластерная кусочно-линейная модель добычи цинка в Российской Федерации. В качестве независимых факторов использованы: цены на цинк, финансирование геолого-разведочных работ за счёт собственных средств недропользователей и средств федерального бюджета.

S. I. Noskov, S. V. Belyaev

IDENTIFICATION OF PARAMETERS OF THE CLUSTER PIECEWISE LINEAR REGRESSION FUNCTION OF LEONTIEV BY THE METHOD OF LEAST MODULES

Keywords: Leontief cluster piecewise linear regression model, least absolute values method, linear Boolean programming problem, approximation quality, average percentage error, cement production.

The paper provides a brief overview of publications on the application of both linear and nonlinear methods in data clustering. In particular, the following are considered: four groups of nonlinear clustering algorithms: kernel-based clustering, multi-sample model, graph-based method, and support vector clustering; an overview of kernel and spectral clustering methods; an approach to divisive hierarchical clustering that is capable of identifying clusters in nonlinear manifolds; the use of a functional neural network for transforming data samples into a nonlinear domain; a method for clustering nonlinear and non-stationary time series; a method for improving the efficiency of the false nearest neighbor algorithm for estimating the order of linear and nonlinear systems based on clustering; a method of fuzzy modeling of nonlinear systems with non-uniform sampling; methods for clustering time series with common dependent and nonlinear structure; an approach based on fuzzy c-means clustering and kernel principal component analysis for solving the problem of multispectral images. a method of clustering time series based on their structural characteristics. An algorithmic method for constructing a Leontief cluster piecewise linear model has been developed, based on solving a linear-Boolean programming problem when choosing a loss function in the form of a sum of absolute values of approximation errors. In this case, two problems are solved simultaneously - calculating parameter estimates and forming compositions of index sets containing numbers of sample observations included in clusters. A cluster piecewise linear model of zinc production in the Russian Federation with high approximation quality has been developed. The following factors have been used as independent factors: zinc prices, financing of geological exploration work at the expense of subsoil users' own funds and federal budget funds.

Введение

Кластеризация данных является действенным способом извлечения значимой информации при их обработке. Следует иметь в виду, что разработанные к настоящему времени вычислительные процедуры кластеризации основаны как на линейных, так и существенно нелинейных методах. Так, в статье [1] рассматриваются четыре группы нелинейных алгоритмов кластеризации: кластеризация на основе ядра, модель с несколькими образцами, метод на основе графа и кластеризация опорных векторов, а также демонстрируются их приложения в компьютерном зрении. В работе [2] представлен обзор ядерных и спектральных (основанных на спектральной теории графов) методов кластеризации, то есть двух подходов, способных создавать нелинейные разделяющие гиперповерхности между кластерами. Представленные методы кластеризации являются ядерной версией многих классических алгоритмов кластеризации, например, k-средних, SOM и нейронного газа. В [3] представлен подход к разделительной иерархической кластеризации, который способен идентифицировать кластеры в нелинейных многообразиях. Он использует изометрическое отображение для рекурсивного встраивания подмножеств данных в одно измерение, а затем выполняет бинарное разделение, разработанное для избежания разбиения кластеров. Описан теоретический анализ условий, при которых смежные и высокоплотные кластеры в исходном пространстве гарантированно разделимы при одномерном встраивании. Исследование [4] посвящено использованию функциональной нейронной сети связи для преобразования выборок данных в нелинейную область. Поскольку такая сеть является однослойной нейронной сетью, предлагаемый метод достигает высокой вычислительной эффективности, обеспечивая при этом желаемую производительность кластеризации. Благодаря включению локальной регуляризации сходства для усиления эффекта группировки, данный метод дополнительно улучшает качество результатов кластеризации. В публикации [5] предлагается метод Bispectral Smooth Localized Complex Exponential (BSLEX) для кластеризации нелинейных и нестационарных временных рядов. BSLEX является расширением подхода SLEX для линейных, нестационарных рядов и преодолевает проблемы как нелинейности, так и нестационарности посредством плавного разбиения нестационарного временного ряда на стационарные подмножества.

В работе [6] предлагается способ повышения эффективности алгоритма ложных ближайших соседей (FNN) для оценки порядка линейных и нелинейных систем, основанный на кластеризации. Она применяется к пространству произведений входных и выходных переменных. Затем структура модели оценивается на основе собственных значений матрицы ковариации кластера. Главное преимущество предлагаемого решения заключается в том, что оно не зависит от характера модели. В [7] изучается метод нечеткого моделирования нелинейных систем с неравномерной выборкой. Исходная структура нечеткой модели подвергается нечеткой кластеризации, а параметры оцениваются рекурсивным алгоритмом наименьших квадратов. Сходимость предлагаемого алгоритма идентификации оценивается с помощью лемм и теоремы о мартингале. В публикации [8] изучаются методы кластеризации, применимые к временным рядам с общей зависимой (возможно, нелинейной) структурой. Предлагается мера различия, основанная на функции корреляции авторасстояния, которая способна обнаруживать как линейные, так и нелинейные структуры зависимости. После получения матрицы парного различия для временных рядов можно использовать стандартный алгоритм иерархической кластеризации. В статье [9] рассматривается проблема кластеризации нелинейных временных рядов. Предлагается использовать двумерную статистику Колмогорова-Смирнова в качестве меры расстояния двух временных рядов путем измерения сходства нелинейных структур последовательной зависимости. Она является непараметрической по своей природе, поэтому при ее анализе не требуется никаких дополнительных модельных предположений. Исследование [10] посвящено описанию подхода, основанного на нечеткой кластеризации c-средних и анализе главных компонентов ядра для решения проблемы многоспектральных изображений. В [11] предлагается метод кластеризации временных рядов на основе их структурных характеристик. В отличие от других альтернатив, этот метод не кластеризует точечные значения с использованием метрики расстояния, а делает это на основе глобальных признаков, извлеченных из самого временного ряда. Меры признаков извлекаются из каждого отдельного ряда и могут быть введены в произвольные алгоритмы кластеризации, включая алгоритм неконтролируемой нейронной сети, самоорганизующуюся карту или алгоритм иерархической кластеризации.

Построение кластерной кусочно-линейной регрессионной функции Леонтьева

В работе [12] рассмотрена, в частности, кластерная кусочно-линейная регрессионная функция Леонтьева вида:

$$y_k = \alpha_0^j + min\{\alpha_1^j x_{k1}, \alpha_2^j x_{k2}, \ldots, \alpha_m^j x_{km}\} + \varepsilon_k^j,$$
$$j = \overline{1,r}, k \in P^j. \quad (1)$$

Здесь r – наперед заданное число кластеров, $\alpha_i^j, j = \overline{1,r},\ i = \overline{0,m}$ – подлежащие определению оценки параметров, индексные множества $P^j \subset \{1,2,\ldots,n\}$, $j = \overline{1,r}$ определяют номера входящих в соответствующие кластеры наблюдений, y – зависимая, а x_i, $i=\overline{1,m}$ – независимые переменные, k – номер наблюдения, n – их число, ε_k^j, $j = \overline{1,r}$, $k = \overline{1,n}$ – ошибки аппроксимации. Множества P^j, $j = \overline{1,r}$ также подлежат определению и не должны пересекаться, а их объединение – совпадать со всем множеством номеров наблюдений выборки:

$$\cup_{j=1}^r P^j = \{1,2,\ldots,n\},\ P^i \cap P^j = \emptyset,\ i \neq j.$$

Введем обозначения:

$$A = ||\alpha_i^j||,\ j = \overline{1,r},\ i = \overline{0,m};$$
$$\Xi = ||\sigma_{kj}||,\ k = \overline{1,n},\ j = \overline{1,r},$$

где

$$\sigma_{kj} = \begin{cases} 1, & k \in P^j \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Тогда, если в качестве расстояния между расчетными (вычисленными по кусочно-линейной модели (1)) и фактическими (заданными в выборке) значениями зависимой переменной определено манхэттенское расстояние, оценивание параметров и расчет составов индексных множеств P^j, $j = \overline{1,r}$ регрессии (1) производится путем решения следующей оптимизационной задачи с вещественными и булевыми переменными:

$$G(A,\Xi) = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^r \sigma_{kj} |\varepsilon_k^j|. \quad (2)$$

Отметим, что $G(A,\Xi)$ совпадает (см., например, [13]) с функцией потерь для обычной кусочно-линейной модели Леонтьева со свободным членом

$$y_k = \alpha_0 + min\{\alpha_1 x_{k1}, \alpha_2 x_{k2}, \ldots, \alpha_m x_{km}\} + \varepsilon_k,$$
$k = \overline{1,n}$

при выборе в качестве метода оценивания параметров метода наименьших модулей (МНМ), где $r = 1$, P^1={1,2, ..., n}, σ_{k1}=1, $k=\overline{1,n}$.

Для минимизации функции (2) воспользуемся вычислительными приемами, примененными в работах [13, 14].

Введем обозначения:

$$v_{kj} = \underset{i=\overline{1,m}}{min}\{a_i^j x_{ki}\}, \quad k = \overline{1,n}, j = \overline{1,r}, i = \overline{1,m},$$

$$s_{kij} = \begin{cases} 1, & a_i^j x_{ki} = min\{a_i^j x_{ki}\}, \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Тогда задача минимизации функции потерь (2) сводится к следующей задаче линейно-булева программирования (ЛБП):

$$v_{kj} \le a_i^j x_{ki}, \; k = \overline{1,n}, j = \overline{1,r}, i = \overline{1,m}, \tag{3}$$

$$a_i^j x_{ki} - v_{kj} \le (1 - s_{kij})M_i, k = \overline{1,n}, j = \overline{1,r}, \; i = \overline{1,m}, \tag{4}$$

$$\sum_{i=1}^{m} s_{kij}=1, \; k = \overline{1,n}, j = \overline{1,r}, \tag{5}$$

$$\alpha_0^j + v_{kj} - \bar{M}\sigma_{kj} + u_k \ge y_k - \bar{M}, j = \overline{1,r}, \; k = \overline{1,n}, \tag{6}$$

$$\alpha_0^j + v_{kj}+\bar{M}\sigma_{kj} - u_k \le y_k + \bar{M}, j = \overline{1,r}, k = \overline{1,n}, \tag{7}$$

$$\sum_{j=1}^{r} \sigma_{kj}=1, k=\overline{1,n}, \tag{8}$$

$$s_{kij} \in \{0,1\}, k = \overline{1,n}, j = \overline{1,r}, i = \overline{1,m}, \tag{9}$$

$$\sigma_{kj} \in \{0,1\}, j = \overline{1,r}, k = \overline{1,n}, \tag{10}$$

$$u_k \ge 0, k = \overline{1,n}, \tag{11}$$

$$v_{kj} \ge 0, j = \overline{1,r}, k = \overline{1,n}, \tag{12}$$

$$\sum_{i=1}^{n} u_k + \sum_{j=1}^{r}\sum_{i=1}^{m} \delta_{ij} a_i^j \to min. \tag{13}$$

Здесь δ_{ij}, $j = \overline{1,r}$, $i = \overline{1,m}$ – наперед заданные малые, а $\bar{M}$, M_i, $i = \overline{1,m}$ – большие положительные числа.

Решение задачи ЛБП (3) – (13) не должно вызывать вычислительных трудностей в силу значительного количества разработанных эффективных программных средств (см., в частности, [15-20]).

Построение кластерной кусочно-линейной модели добычи цинка в Российской Федерации

Применим представленный выше подход для разработки кластерной кусочно-линейной регрессионной модели добычи цинка в Российской Федерации. В качестве исходных данных для моделирования используем статистическую информацию за 2012 – 2021 гг. [21] по следующим показателям (переменным): y - добыча цинка тыс. т.; x_1 - цены на цинк, дол./т.; x_2 и x_3 - финансирование геолого-разведочных работ на цинк за счёт собственных средств недропользователей и средств федерального бюджета соответственно, млн. руб.

В результате решения задачи ЛБП (3) – (13) (использовалась программа LPsolve, время счета 1.72 часа) получим следующие значения переменных:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, S^1 = S^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

v_1 = (57.439, 93.439, 81.429, 57.854, 82.115, 103.439, 113.439, 93.16, 96.897, 147.007),

v_2 = (82.862, 135.042, 108.549, 83.46, 118.461, 149.222, 151.232, 134.394, 139.785, 212.461),

u = (0, 0, 11.983, 0, 0, 0, 0, 15.066, 1.324, 0),

α^1 = (324.6, 0.0489, 0.0532, 0.2318),

α^2 = (345.5, 0.0707, 0.0768, 0.3091),

Здесь $S^j = \|s_{kij}\|$, $k = \overline{1,10}$, $i = \overline{1,3}$, j = 1,2, $v_j = \|v_{kj}\|$, $u = \|u_k\|$, $\alpha^j = \|a_i^j\|$, $k = \overline{1,10}$, $i = \overline{0,3}$, j = 1,2.

Таким образом, получим следующую кластерную кусочно-линейную модель Леонтьева:

$$y_k = 324.6 + min\{0.0489x_{k1}, \; 0.0532x_{k2}, \; 0.2318x_{k3}\}+ \\ +\varepsilon_k^1, \; k \in P^1, \tag{14}$$

$$P^1 = \{1,2,3,6,7\},$$

$$y_k = 345.5 + min\{0.0707x_{k1}, \; 0.0768x_{k2}, \; 0.3091x_{k3}\} + \varepsilon_k^2, \\ k \in P^2, \tag{15}$$

$$P^2 = \{4,5,8,9,10\}, \text{E} = 0.63\%.$$

Здесь Е – средняя процентная ошибка.

Анализ кластерной кусочно-линейной модели (14), (15) позволяет сделать следующие выводы.

1. Она обладает весьма высоким качеством аппроксимации.
2. Судя по равенству матриц S^1 и S^2, минимум в частных регрессиях в каждом наблюдении обоих кластеров «сработал» на одних и тех же независимых переменных.
3. Состав индексных множеств P^1 и P^2 указывает на отсутствие выраженной динамической закономерности их формирования.
4. Модель (14), (15) обладает весьма важным свойством, характерным для функции Леонтьева – никакой рост значений зависимой переменной невозможен без пропорционального увеличения значений каждого предиктора.

Заключение

В работе предложен алгоритмический способ построения кластерной кусочно-линейной модели Леонтьева, состоящий при выборе функции потерь в виде суммы модулей ошибок аппроксимации в решении задачи линейно-булева программирования. При этом одновременно рассчитываются оценки неизвестных параметров и формируются составы индексных множеств, содержащих номера входящих в кластеры наблюдений выборки. Построена кластерная кусочно-линейная модель добычи цинка в Российской Федерации.

Литература

1. Chang-Dong Wang & Jian-Huang Lai. *Unsupervised Learning Algorithms*. Springer International Publishing. Singapore, 2016. P. 253–302.
2. Maurizio Filippone, Francesco Camastra, Francesco Masulli, Stefano Rovetta. *Pattern Recognition*, **41**, 1, 176-190 (2008). DOI: 10.1016/j.patcog.2007.05.018.
3. Sotiris Tasoulis, Nicos G. Pavlidis, Teemu Roos. *Pattern Recognition*, **107**, Article 107508 (2020), DOI: 10.1016/j.patcog.2020.107508.
4. Long Shi, Lei Cao, Zhongpu Chen, Yu Zhao, Badong Chen. *Applied Soft Computing*, 167, Article 112303 (2024), DOI: 10.1016/j.asoc.2024.112303.
5. Jane L. Harvill, Priya Kohli & Nalini Ravishanker. *Methodology and Computing in Applied Probability*, **19**, 935–955 (2017), DOI: 10.1007/s11009-016-9528-1.
6. Balazs Feil, Janos Abonyi, Ferenc Szeifert. *Journal of Process Control*, **14**, 6, 593-602 (2004). DOI: 10.1016/j.jprocont.2004.01.005.
7. Hongwei Wang & Lirong Xie. *Journal of Systems Science and Complexity*, **34**, 2, 502–519 (2021), DOI: 10.1007/s11424-020-9119-7.
8. Michele La Rocca & Luca Vitale. *Mathematical and Statistical Methods for Actuarial Sciences and Finance*. Springer International Publishing. Singapore, 2021. P. 291–297.
9. Beibei Zhang & Rong Chen. *Journal of Classification*. **35**, 3, 394–421 (2018). DOI: 10.1007/s00357-018-9271-0.
10. Zhan-Li Sun, De-Shuang Huang, Yiu-Ming Cheun. *Digital Signal Processing*, **15**, 4, 331-346 (2005). DOI: 10.1016/j.dsp.2004.12.004.
11. Xiaozhe Wang, Kate Smith & Rob Hyndman. *Data Mining and Knowledge Discovery*, **13**, 3, 335–364 (2006). DOI: 10.1007/s10618-005-0039-x.
12. Носков С.И. *Информационные технологии и математическое моделирование в управлении сложными системами*. **4**, 24, 41-44 (2024).
13. Носков С.И. *Вестник Югорского государственного университета*, **4**, 67, 115-119 (2022).
14. Носков С.И., Беляев С.В. *Вестник Технологического университета*, **28**, 2, 88-91 (2025).
15. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. Российская Федерация, 2015612409 (2015).
16. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. Российская Федерация, 2024612585 (2024).
17. Хоняков А.А. *Молодая наука Сибири*, **2**, 12. 305-312 (2021).
18. Арсланов М.З. *Проблемы информатики*, **4**, 29. 5-13 (2015).
19. Первун О.Е. *Информационно-компьютерные технологии в экономике, образовании и социальной сфере*, **4**, 38. 87-92 (2022).
20. Шипицына Р.Е., Витвицкий Е.Е. *V Национальная научно-практическая конференция «Образование. Транспорт. Инновации. Строительство»* (г. Омск, Россия, 28-29 апреля, 2022) СибАДИ, г. Омск, 2022, С. 250-254.
21. Носков С.И., Чекалова А.Р. *Известия Санкт-Петербургского государственного технологического института (технического университета)*, **71**, 97, 106-110 (2024).

References

1. Chang-Dong Wang & Jian-Huang Lai. Unsupervised Learning Algorithms. Springer International Publishing. Singapore, 2016. P. 253–302.
2. Maurizio Filippone, Francesco Camastra, Francesco Masulli, Stefano Rovetta. Pattern Recognition. 41, 1, 176-190 (2008). DOI: 10.1016/j.patcog.2007.05.018.
3. Sotiris Tasoulis, Nicos G. Pavlidis, Teemu Roos. Pattern Recognition. 107, Article 107508 (2020). DOI: 10.1016/j.patcog.2020.107508.
4. Long Shi, Lei Cao, Zhongpu Chen, Yu Zhao, Badong Chen. Applied Soft Computing. 167, Article 112303 (2024). DOI: 10.1016/j.asoc.2024.112303.
5. Jane L. Harvill, Priya Kohli & Nalini Ravishanker. Methodology and Computing in Applied Probability. 19, 935–955 (2017). DOI: 10.1007/s11009-016-9528-1.
6. Balazs Feil, Janos Abonyi, Ferenc Szeifert. Journal of Process Control. 14, 6, 593-602 (2004). DOI: 10.1016/j.jprocont.2004.01.005.
7. Hongwei Wang & Lirong Xie. Journal of Systems Science and Complexity. 34, 2, 502–519 (2021). DOI: 10.1007/s11424-020-9119-7.
8. Michele La Rocca & Luca Vitale. Mathematical and Statistical Methods for Actuarial Sciences and Finance. Springer International Publishing. Singapore, 2021. P. 291–297.
9. Beibei Zhang & Rong Chen. Journal of Classification. 35, 3, 394–421 (2018). DOI: 10.1007/s00357-018-9271-0.
10. Zhan-Li Sun, De-Shuang Huang, Yiu-Ming Cheun. Digital Signal Processing. 15, 4, 331-346 (2005). DOI: 10.1016/j.dsp.2004.12.004.
11. Xiaozhe Wang, Kate Smith & Rob Hyndman. Data Mining and Knowledge Discovery. 13, 3, 335–364 (2006). DOI: 10.1007/s10618-005-0039-x.
12. Noskov S.I. Information technologies and mathematical modeling in complex systems management. 4, 24, 41-44 (2024).
13. Noskov S.I. Bulletin of Yugra State University. 4, 67, 115-119 (2022).
14. Noskov S.I., Belyaev S.V. Herald of Technological University. 28, 2, 88-91 (2025).
15. Certificate of state registration of computer program. Russian Federation, 2015612409 (2015).
16. Certificate of state registration of computer program. Russian Federation, 2024612585 (2024).
17. Khonyakov A.A. Young Science of Siberia. 2, 12. 305-312 (2021).
18. Arslanov M.Z. Problems of Informatics. 4, 29. 5-13 (2015).
19. Pervun O.E. Information and computer technologies in economics, education and social sphere. 4, 38. 87-92 (2022).
20. Shipitsyna R.E., Vitvitsky E.E. V National Scientific and Practical Conference "Education. Transport. Innovations. Construction" (Omsk, Russia, April 28-29, 2022) SibADI, Omsk, 2022, P. 250-254.
21. Noskov S.I., Chekalova A.R. Bulletin of the St. Petersburg State Technological Institute (Technical University). 71, 97, 106-110 (2024).

© С. И. Носков – д-р техн. наук, проф., профессор кафедры «Информационные системы и защита информации» (ИСЗИ), Иркутский государственный университет путей сообщения (ИГУПС), Иркутск, Россия, sergey.noskov.57@mail.ru; **С. В. Беляев** – магистрант кафедры ИСЗИ, ИГУПС, bsv2001@list.ru.

© S. I. Noskov – Doctor of Sciences (Technical Sci.), Prof., Professor of the department of Information Systems and Information Security (ISIS), Irkutsk State Transport University (ISTU), Irkutsk, Russia, sergey.noskov.57@mail.ru; **S. V. Belyaev** – Master-student of the ISIS department, ISTU, bsv2001@list.ru.

Дата поступления рукописи в редакцию – 26.11.24.
Дата принятия рукописи в печать – 21.05.25.