

Ф. Г. Ахмадиев, Р. Н. Насыбуллин, А. Ибрахим

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ МАЛЫХ АРХИТЕКТУРНЫХ ФОРМ И ТЕХНИЧЕСКИХ ИЗДЕЛИЙ НА ОСНОВЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Ключевые слова: метод конечных элементов (МКЭ), расчёт напряжений, деформации, матрица жёсткости, параметрическое моделирование, вычислительный дизайн, роботизированное производство, Grasshopper, алгоритмическое проектирование, численное моделирование, аппроксимация элементов, разложение Холецкого, LDLT-разложение, интероперабельность программных комплексов, оптимизация архитектурных форм.

В данной статье представлены результаты компьютерного моделирования напряжённо-деформированного состояния (НДС) малых архитектурных форм (МАФ) и технических изделий с применением метода конечных элементов (МКЭ). Основное внимание уделено алгоритмическим аспектам формирования матриц жёсткости, решению систем уравнений, а также влиянию современных вычислительных технологий на процесс проектирования сложных архитектурных конструкций. Рассматриваются ключевые вопросы, связанные с аппроксимацией поверхностных элементов линейными связями, что позволяет повысить точность анализа при сложной геометрии объектов. Важность данной методологии обусловлена необходимостью эффективного взаимодействия различных математических методов, обеспечивающих разработку точных и стабильных алгоритмов расчёта. Подчёркивается значимость междисциплинарного подхода, охватывающего вычислительную механику, архитектурное проектирование и роботизированное производство. Современные технологии проектирования требуют комплексного анализа, объединяющего различные научные области, что способствует разработке более устойчивых, экономичных и функциональных архитектурных решений. В статье подробно анализируются вопросы программной реализации алгоритмов МКЭ в среде Grasshopper, демонстрируя взаимосвязь параметрического моделирования и инженерного анализа. Особое внимание уделено применению численных методов для оптимизации расчётных процессов, что позволяет повысить точность предсказания механических характеристик конструкций. Оптимизация в свою очередь способствует улучшению цифрового проектирования и сокращению временных затрат, что особенно важно в условиях современной архитектурной практики. Отдельно рассматривается вопрос использования усовершенствованных алгоритмов МКЭ для анализа сложных архитектурных конструкций, включающих в себя криволинейные элементы и анизотропные материалы. Предложенные методы включают детальный анализ НДС, математическое моделирование перераспределения нагрузок и численные методы решения соответствующих систем уравнений. В ходе исследования продемонстрированы примеры расчётов, доказывающие эффективность предложенных алгоритмов и их возможность интеграции в современные САД/CAE-системы. Рассматриваемые методы моделирования и расчёта являются ключевыми для современной архитектурной инженерии, поскольку они позволяют проектировать устойчивые и оптимизированные конструкции, учитывая сложность их геометрии и особенности материалов. Развитие вычислительных технологий продолжает трансформировать подходы к проектированию, создавая новые перспективы для автоматизированных систем анализа и цифрового производства. Таким образом, предложенный исследовательский подход в данной статье демонстрирует необходимость дальнейшей интеграции алгоритмического проектирования и вычислительной механики для создания более совершенных архитектурных решений.

F. G. Akhmadiev, R. N. Nasybullin, A. Ibraheem

COMPUTER MODELING OF THE STRESS-STRAIN STATE OF SMALL ARCHITECTURAL FORMS AND TECHNICAL PRODUCTS BASED ON THE FINITE ELEMENT METHOD

Keywords: finite element method (FEM), stress analysis, deformations, stiffness matrix, parametric modeling, computational design, robotic manufacturing, Grasshopper, algorithmic design, numerical simulation, element approximation, Cholesky decomposition, LDLT decomposition, software interoperability, optimization of architectural forms.

This article presents the results of computer simulations for stress-strain analysis of small architectural forms (SAF) and technical products using the finite element method (FEM). The primary focus is on algorithmic aspects of stiffness matrix assembly, solving systems of equations, and the impact of modern computational technologies on the design process of complex architectural structures. Key issues related to the approximation of surface elements using linear constraints are discussed, which improves analysis accuracy for objects with complex geometry. The importance of this methodology stems from the need for efficient integration of various mathematical methods to develop precise and stable computational algorithms. The significance of an interdisciplinary approach is emphasized, encompassing computational mechanics, architectural design, and robotic manufacturing. Modern design technologies require comprehensive analysis that bridges multiple scientific disciplines, leading to more sustainable, cost-effective, and functional architectural solutions. The article provides a detailed analysis of FEM algorithm implementation in the Grasshopper environment, demonstrating the connection between parametric modeling and engineering analysis. Special attention is given to numerical methods for optimizing computational processes, enhancing the prediction accuracy of mechanical properties of structures. Optimization, in turn, improves digital design workflows and reduces time costs, which is crucial in contemporary architectural practice. Additionally, the article explores the application of advanced FEM algorithms for analyzing complex architectural structures, including curved elements and anisotropic materials. The proposed methods involve detailed stress-strain analysis, mathematical modeling of load redistribution, and numerical solutions of corresponding equation systems. Case studies demonstrate the effectiveness of these algorithms and their potential integration

into modern CAD/CAE systems. The discussed modeling and computational techniques are essential for modern architectural engineering, as they enable the design of stable and optimized structures while accounting for geometric complexity and material properties. The advancement of computational technologies continues to transform design approaches, creating new opportunities for automated analysis systems and digital fabrication. Thus, the research approach presented in this article highlights the necessity of further integrating algorithmic design and computational mechanics to develop more advanced architectural solutions.

Введение

Современные архитектурные формы, особенно МАФ и технические изделия, отличаются высокой сложностью геометрии и разнообразием используемых материалов. Это требует применения точных и эффективных методов расчёта НДС этих изделий. Одним из наиболее перспективных подходов является МКЭ, который позволяет анализировать сложные конструкции с учётом их геометрических и материальных особенностей. Однако, несмотря на широкое применение МКЭ при расчётах сложной геометрии, остаются актуальными вопросы, связанные с повышением точности расчётов, оптимизацией вычислительных процессов и интеграцией методов численного анализа в современные системы компьютерного проектирования (CAD/CAE).

В предыдущих исследованиях, таких как работах [1, 2], была продемонстрирована важность вычислительного дизайна и роботизированного производства для создания МАФ и технических изделий, однако вопросы расчета напряженно-деформированного состояния для объектов со сложной геометрией остались недостаточно изученными. Следовательно ключевым аспектом, требующим дальнейшего изучения, является детализация математических и алгоритмических основ расчёта НДС, особенно для поверхностных элементов, которые часто аппроксимируются линейными связями. Такая аппроксимация позволяет упростить анализ, но требует тщательной проверки точности и устойчивости получаемых решений и полученных числовых характеристик НДС и технического изделия сложной геометрической формы [3, 4].

Актуальность исследования обусловлена необходимостью разработки точных и устойчивых алгоритмов расчёта, которые могут быть интегрированы в современные цифровые производственные процессы. Это особенно важно для проектирования МАФ и технических изделий, где сочетание эстетики, функциональности и устойчивости требует комплексного подхода, объединяющего достижения вычислительной механики, архитектурного дизайна и роботизированного производства [5, 6].

Целью данной статьи является исследование НДС изделий сложной геометрической формы и разработка методов расчёта их поверхностных элементов с использованием МКЭ.

Методы исследования

Основу исследования НДС изделий составляет компьютерное моделирование. Компьютерное моделирование включает в себя следующие основные этапы:

1 Теоретические основы метода конечных элементов

МКЭ является мощным численным инструментом для анализа НДС сложных конструкций. В рамках данного исследования метод был адаптирован для расчёта МАФ с учётом их специфических особенностей.

Основу МКЭ составляют принципы дискретизации конструкции на конечные элементы, аппроксимации поля перемещений внутри каждого элемента, формирования матриц жёсткости, сборки глобальной системы уравнений и её решения относительно неизвестных перемещений. Применительно к МАФ особое значение приобретает учёт сложной геометрии поверхностей, моделирование анизотропных свойств материалов, анализ комбинированных напряжённых состояний, а также нелинейных эффектов при больших деформациях [7, 8].

Ключевым аспектом исследования являются математические основы расчёта матриц жёсткости. Анализируются методы их построения для поверхностных элементов, включая аппроксимацию линейными связями. Рассматриваются параметры элементов, такие как толщина и ширина, влияющие на точность расчётов.

Важное место занимают численные методы решения систем линейных уравнений, возникающих в МКЭ. Исследуются алгоритмы разложения (например, Холецкого и LDL^T) и их адаптация для работы с разреженными матрицами. Особое внимание уделяется оптимизации вычислительных процессов для сокращения временных затрат [9].

Отдельно рассматривается интеграция расчётных методов в современные CAD/CAE-системы. Предложенные алгоритмы адаптированы для внедрения в среды параметрического моделирования, такие как Grasshopper, что позволяет объединить процессы проектирования и инженерного анализа [10, 11].

2 Моделирование поверхностных элементов

Для точного расчёта НДС использовались четырёхузловые изопараметрические конечные элементы. Их геометрические параметры соответствуют реальной конструкции, например диаметр расчётного элемента соответствует толщине, а ширина и длина определяется из условия сохранения площади. Кривизна поверхности аппроксимируется плоскими элементами, что обеспечивает достаточную точность моделирования.

Каждый узел элемента обладает шестью степенями свободы, что позволяет учитывать все компоненты тензора деформаций и сохранять условия совместности. Физические соотношения описываются обобщённым законом Гука для анизотропных материалов, включая упругие и прочностные характеристики. Особое внимание уделяется моделированию композитных структур, что особенно актуально для современных МАФ.

3 Расчёт матрицы жёсткости элемента

Матрица жёсткости элемента в локальных координатах формируется с учётом всех компонент напряженно-деформированного состояния. Полная форма матрицы 12×12 включает осевые, поперечные, деформации и на сдвиг.

Численная реализация предполагает интегрирование по площади элемента с учётом преобразования ко-

ординат, что требует высокой устойчивости алгоритмов. Для корректного перехода к глобальной системе координат используется матрица направляющих косинусов, а ортогональные преобразования обеспечивают инвариантность решения.

4 Формирование и решение системы уравнений

Глобальная матрица жёсткости конструкции формируется методом прямого сложения с учётом граничных условий. Структура матрицы оптимизируется для эффективного решения, включая работу с разреженными матрицами и применение параллельных вычислений.

Для решения системы уравнений применяются как прямые методы (LDLT, Холецкого), так и итерационные алгоритмы. Особое внимание уделяется многосеточным методам, позволяющим ускорить вычисления для крупных моделей.

5 Программная реализация

Разработанный вычислительный комплекс включает параметрическое моделирование в среде Rhinoceros + Grasshopper, обеспечивающее генерацию геометрии и автоматизацию расчётных схем. Расчётные модули разработаны на C# с интеграцией специализированных математических библиотек, что позволяет визуализировать результаты в реальном времени.

Производственная цепочка охватывает роботизированное производство (KUKA prc), САМ-систему SprutCAM и генерацию управляющих программ, обеспечивая полный цикл от проектирования до изготовления [13, 14, 15].

6 Особенности расчёта МАФ

Применительно к малым архитектурным формам разработаны специальные методики, учитывающие криволинейные поверхности, перфорированные структуры и бионические формы. При этом учитывается анизотропия материала, композитные структуры и нелинейные эффекты.

Производственные аспекты, такие как технологические допуски, соединения и стыки, также интегрированы в расчётную модель. Для оптимизации вычислительных процессов применяются алгоритмические и аппаратные решения, включая методологические приёмы ускорения расчётов.

7 Интеграция с производственными процессами

Разработанные методы тесно связаны с САД-системами через двусторонний обмен данными и параметрическую связь, обеспечивающую автоматическое обновление моделей. В САМ-системах учитываются производственные ограничения, оптимизируются траектории обработки и формируются управляющие программы.

Системы управления обеспечивают контроль качества и обратную связь, что позволяет корректировать процесс производства на основе результатов численного моделирования.

8 Моделирование поверхностных элементов

Точное решение задачи достигается за счёт дискретизации элементов поверхности (рис. 1) с последующим расчётом их жёсткости и сборкой в глобальную матрицу жёсткости модели. В текущей версии программы реализовано моделирование одномерных ли-

нейных элементов, однако для аппроксимации поверхностных элементов используется их замена эквивалентной сеткой из четырёхузловых линейных связей.

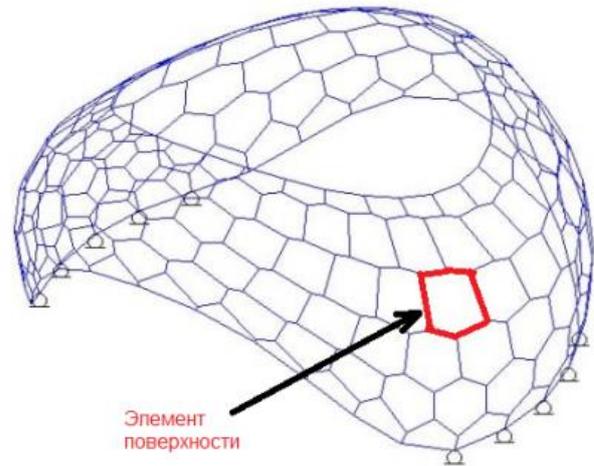


Рис. 1 – 3d модель элемента поверхности

Fig. 1 – 3d model of the surface element

Каждый узел в такой модели обладает шестью степенями свободы, что позволяет учитывать все компоненты деформации. Диаметр линейного элемента соответствует толщине исходного поверхностного элемента, а его пропорции по ширине и длине подбираются таким образом, чтобы сохранить общую площадь моделируемого участка.

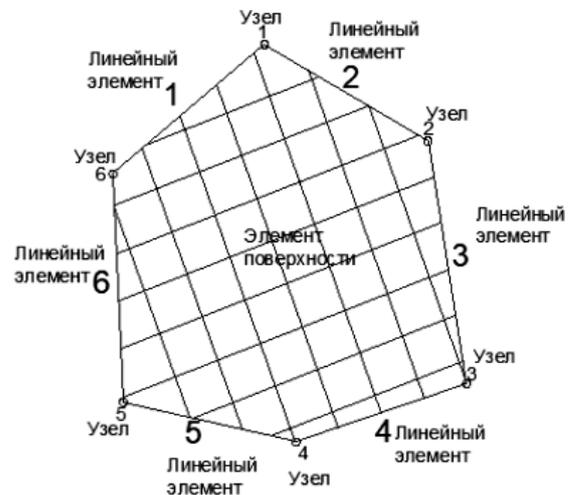


Рис. 2 – Элемент поверхности разделённый линейными элементами

Fig. 2 – Surface element divided by linear elements

Для увеличения точности решения применяется разбиение элемента поверхности на более мелкую сетку линейных элементов (рис. 2). Такой подход позволяет лучше аппроксимировать криволинейные поверхности и снизить погрешность, связанную с упрощением модели. В дальнейшем планируется реализация полноценных двумерных поверхностных элементов, что повысит достоверность расчётов без необходимости использования дополнительных аппроксимаций.

$$k_E = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{L^3(1+\Phi_y)} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2(1+\Phi_y)} & 0 & \frac{-12EI_z}{L^3(1+\Phi_y)} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2(1+\Phi_y)} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3(1+\Phi_z)} & 0 & \frac{-6EI_y}{L^2(1+\Phi_z)} & 0 & 0 & 0 & \frac{-12EI_y}{L^3(1+\Phi_z)} & 0 & \frac{-6EI_y}{L^2(1+\Phi_z)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-6EI_y}{L^2(1+\Phi_z)} & 0 & \frac{(4+\Phi_z)EI_y}{L(1+\Phi_z)} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2(1+\Phi_z)} & 0 & \frac{(2-\Phi_z)EI_y}{L(1+\Phi_z)} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2(1+\Phi_y)} & 0 & 0 & 0 & \frac{(4+\Phi_y)EI_z}{L(1+\Phi_y)} & 0 & \frac{-6EI_z}{L^2(1+\Phi_y)} & 0 & 0 & 0 & \frac{(2-\Phi_y)EI_z}{L(1+\Phi_y)} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12EI_z}{L^3(1+\Phi_y)} & 0 & 0 & 0 & \frac{-6EI_z}{L^2(1+\Phi_y)} & 0 & \frac{12EI_z}{L^3(1+\Phi_y)} & 0 & 0 & 0 & \frac{-6EI_z}{L^2(1+\Phi_y)} \\ 0 & 0 & \frac{-12EI_y}{L^3(1+\Phi_z)} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2(1+\Phi_z)} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3(1+\Phi_z)} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2(1+\Phi_z)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-6EI_y}{L^2(1+\Phi_z)} & 0 & \frac{(2-\Phi_z)EI_y}{L(1+\Phi_z)} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2(1+\Phi_z)} & 0 & \frac{(4+\Phi_z)EI_y}{L(1+\Phi_z)} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2(1+\Phi_y)} & 0 & 0 & 0 & \frac{(2-\Phi_y)EI_z}{L(1+\Phi_y)} & 0 & \frac{-6EI_z}{L^2(1+\Phi_y)} & 0 & 0 & 0 & \frac{(4+\Phi_y)EI_z}{L(1+\Phi_y)} \end{bmatrix} \quad (1)$$

9 Расчёт матрицы жёсткости элемента

Матрица жесткости является универсальным математическим объектом, используемым в МКЭ для описания упругих свойств как отдельных элементов, так и более крупных частей рассматриваемой системы, а также системы в целом.

Коэффициенты матрицы жесткости выводятся непосредственно из условия минимизации потенциальной энергии изделия. Трёхмерная матрица упругой жесткости элементов каркаса (рамы) в локальных координатах k_E формируется в следующем виде матрицы (1), где $\Phi_z = \frac{12EI_y}{GA_{sz}L^2}$, $\Phi_y = \frac{12EI_z}{GA_{sy}L^2}$, L – длина КЭ, E – модуль упругости материала КЭ, G – модуль сдвига материала КЭ, J – постоянная кручения сечения КЭ, A – площадь поперечного сечения КЭ, A_{sy} – площадь сдвига вдоль локальной оси y сечения КЭ, A_{sz} – площадь сдвига вдоль локальной оси z сечения сечения КЭ, I_y – момент инерции относительно локальной оси y сечения КЭ, I_z – момент инерции относительно локальной оси z сечения КЭ.

Процесс анализа всей конструкции осуществляется в единой системе координат для всех элементов конструкции в трехмерном пространстве. Эти координаты называются глобальной системой координат.

Матрица жесткости по определению представляет собой таблицу значений реакции в звеньях узлов конечных элементов от одиночных перемещений, последовательно заданных в направлении этих звеньев. Порядок матрицы жесткости определяется числом степеней свободы учитываемого КЭ.

Преобразование в глобальную систему координат выполняется с помощью матрицы преобразования [T]. Эта матрица содержит направляющие косинусы углов между осями локальной и глобальной систем координат.

$$[\hat{k}] = [T]^T[k][T] \quad (2)$$

где $[k]$ и $[\hat{k}]$ – локальная и глобальная матрицы жесткости элемента соответственно.

10 Формирование и решение системы уравнений

На этапе формирования системы уравнений в соответствии с глобальной системой координат расставляются полные степени свободы конструкции, а также выполняется сборка вектора нагрузок и глобальной матрицы жесткости конструкции. Цель решения – найти результирующие перемещения, соответствующие степеням свободы конструкции, путём решения следующей системы линейных уравнений:

$$[K]\{U\} = \{R\} \quad (3)$$

где $[K]$ – глобальная матрица жесткости конструкции, $\{U\}$ – вектор перемещений конструкции в пределах степеней свободы конструкции в глобальной системе координат, $\{R\}$ – вектор нагрузок на конструкцию в пределах степеней свободы конструкции в глобальной системе координат.

Напряжения и деформации определяются по известным соотношениям теории упругости (в местных системах координат) после расчета локальных перемещений узлов каждого элемента.

Количество уравнений равно количеству неизвестных перемещений в узлах. Это число пропорционально количеству стержневых и балочных элементов в конструкции. Система линейных алгебраических уравнений обладает разреженной матрицей размером 12×12 , обусловленной локальными связями между элементами. Такая особенность существенно снижает вычислительную сложность решения.

Для эффективного решения разреженных систем уравнений применяются специализированные алгоритмы, причём наиболее удачными будут те, которые имеют возможность учитывать симметрию и особую структуру матрицы жесткости (ленточную или разреженно-заполненную). Наибольшее распространение получили:

13 Верификация методов

Достоверность расчётов (рис. 3) подтверждалась комплексной верификацией, включающей сравнение с аналитическими решениями для канонических задач, исследование сходимости при увеличении плотности сетки конечных элементов, а также сопоставление с экспериментальными данными прототипирования. Применяемая методика демонстрирует высокую точность моделирования НДС поверхностных элементов при сохранении вычислительной эффективности.

Применяемые методы позволяют точно моделировать НДС поверхностных элементов, обеспечивая высокую эффективность расчётов. Дальнейшие исследования будут направлены на оптимизацию алгоритмов для работы с анизотропными материалами и нелинейными задачами.

Представленный комплексный подход обеспечивает не только высокоточное моделирование НДС сложных архитектурных форм и технических изделий, но и эффективную интеграцию расчётных методик в цифровые производственные цепочки. Это открывает новые возможности для оптимизации проектных решений на всех этапах - от концептуального проектирования до изготовления конструкций.

Заключение

Проведённое исследование продемонстрировало эффективность применения МКЭ для расчёта напряжённо-деформированного состояния МАФ со сложной геометрией. Разработанная методика, основанная на аппроксимации поверхностных элементов четырёхузловыми конечно-элементными моделями, показала высокую точность и вычислительную эффективность при анализе конструкций с криволинейными поверхностями и анизотропными материалами.

Особого внимания заслуживает разработанный подход к моделированию соединений элементов, который учитывает как конструктивные особенности изделия, так и технологические требования производства. Применение методов параметрической оптимизации позволило существенно сократить материалоемкость конструкций при сохранении их прочностных характеристик.

Практическая ценность работы заключается в создании универсального методического аппарата, позволяющего проектировать сложные архитектурные формы и технические изделия с гарантированными прочностными характеристиками. Предложенные решения уже нашли применение при создании ряда МАФ, демонстрируя высокую эффективность как на этапе проектирования, так и в процессе производства.

Данная работа вносит вклад в развитие методов расчёта НДС сложных архитектурных конструкций, предлагая практические решения для повышения точности и эффективности анализа. Результаты исследования могут быть использованы для дальнейшего совершенствования алгоритмов проектирования и оптимизации процессов цифрового производства в архитектуре.

Литература

1. Ахмадиев Ф.Г., Насыбуллин Р.Н., Байрамян Э.В. Методы вычислительного дизайна при производстве малых архитектурных форм и технических изделий // Вестник Технологического университета. 2024. Т. 27. № 6. С. 99-105,

elibrary id: 67887360, DOI: 10.55421/1998-7072_2024_27_6_99.

2. Ахмадиев Ф.Г., Насыбуллин Р.Н., Байрамян Э.В. Подходы вычислительного проектирования при производстве малых архитектурных форм // Математические методы в технологиях и технике. 2024. № 11. С. 116-122, elibrary id: 75997971.
3. Chandrashekar Jog, Topology Design of Three-Dimensional Structures Using Hybrid Finite Elements // IUTAM Symposium on Topological Design Optimization of Structures, Machines and Materials (pp.33-42).
4. Миронова Ю.В., Люблинский В.А., Малонго Ж.М., Харитонов И.Ф. Напряженно-деформированное состояние петлевого стыка крупнопанельного здания при прогрессирующем обрушении // Известия КГАСУ, 2024, № 4(70), с. 72-82, DOI: 10.48612/NewsKSUAE/70.7, EDN: ECSCSH.
5. Nasybullin R, Akhmadiev F and Bakhareva O 2020 The optimization of the number of reinforcing bars in the slabs in Grasshopper and integration with TEKLA and LIRA-SAPR IOP Conference Series: Materials Science and Engineering 890 (Institute of Physics Publishing) pp 012123. DOI:10.1088/1757-899X/890/1/012123.
6. Nasybullin R, Akhmadiev F and Bakhareva O 2021 Method for optimizing the number of glass-fiber reinforced plastic rebar in concrete structures E3S Web of Conferences 274, 09001 (International Scientific Conference on Socio-Technical Construction and Civil Engineering (STCCE – 2021)) pp 10. doi.org/10.1051/e3sconf/202127409001.
7. Шумилов К.А., Гурьева Ю.А. Моделирование стержневых и полигональных конструкций сложной геометрии с использованием программы Grasshopper // Известия КГАСУ, 2023, № 3(65), с. 257-269, DOI: 10.52409/20731523_2023_3_257, EDN: UWTZJU.
8. Ванин И.В., Арискин М.В. Эффективность применения в соединениях деревянных конструкций клеенных резьбовых шайб // Известия КГАСУ, 2024, № 1(67), с. 63-70, DOI: 10.48612/NewsKSUAE/67.7, EDN: IAWOPI.
9. Wen Su, Yixiong Hua, Application of finite element analysis in the formal analysis of ancient architectural plaque section // online Engineering April 2025 14(1), DOI:10.1515/nleng-2024-0073.
10. Шарынин Б.Э. Численное моделирование отдельных видов стандартных испытаний соединений деревянных конструкций на металлических зубчатых пластинах // Известия КГАСУ, 2024, № 2(68), с. 136-146, DOI: 10.48612/NewsKSUAE/68.12, EDN: MWZFKQ.
11. Бурова Т.Ю., Гайнанова Д.Р. Принципы проектирования арт-объектов с национальным компонентом // Известия КГАСУ, 2024, № 4(70), с. 181-190, DOI: 10.48612/NewsKSUAE/70.16, EDN: NPKOWR.
12. Серегин Д.В., Прокофьев Е.И. Тенденции развития бионического подхода в архитектуре // Известия КГАСУ, 2024, № 2(68), с. 205-220, DOI: 10.48612/NewsKSUAE/68.18, EDN: RIRXHF.
13. Thanassis Souflas, Christos Gerontas, Harry Bikas, Panagiotis Stavropoulos On the Optimization of Robot Machining: A Simulation-Based Process Planning Approach // Machines 2024, 12(8), 521; https://doi.org/10.3390/machines12080521.
14. Мухаметрахимов Р.Х., Галаутдинов А.Р., Зиганшина Л.В. Совершенствование аддитивного строительного производства повышением адгезии слоев при длительных перерывах в процессе 3D-печати // Известия КГАСУ, 2024, № 1(67), с. 127-134, DOI: 10.48612/NewsKSUAE/67.13, EDN: ULXEQB.
15. Шакирзянов Ф.Р., Валиев А.И., Сулейманов А.М., Низамов Р.К. Численное моделирование напряженно-деформированного состояния гибридных композитов // Известия КГАСУ, 2023, № 4(66), с. 275-285, DOI: 10.52409/20731523_2023_4_275, EDN: UVYIOO.

16. Nurbs Modelleme. Available from: http://www.sayismimar.com/dersnotlari/maya/maya_nurbs_modeling.pdf.

References

1. Akhmadiev F.G., Nasybullin R.N., Bayramyan E.V. Computational design methods in the production of small architectural forms and technical products // Herald of Technological University. 2024. Vol. 27. No. 6. Pp. 99-105, eLibrary id: 67887360, DOI: 10.55421/1998-7072_2024_27_6_99.
2. Akhmadiev F.G., Nasybulin R.N., Bayramyan E.V. Approaches to computational design in the production of small architectural forms // Mathematical Methods in Technology and Engineering. 2024. No. 11. P. 116-122, eLibrary id: 75997971.
3. Chandrashekhar Jog, Topology Design of Three-Dimensional Structures Using Hybrid Finite Elements // IUTAM Symposium on Topological Design Optimization of Structures, Machines and Materials (pp.33-42).
4. Mironova Yu.V., Lyublinsky V.A., Malongo Zh.M., Kharitonov I.F. Stress-strain state of a loop joint of a large-panel building during progressive collapse // Izvestiya KSUAE, 2024, No. 4(70), pp. 72-82, DOI: 10.48612/NewsKSUAE/70.7, EDN: ECSCSH.
5. Nasybullin R, Akhmadiev F and Bakhareva O 2020 The optimization of the number of reinforcing bars in the slabs in Grasshopper and integration with TEKLA and LIRA-SAPR IOP Conference Series: Materials Science and Engineering 890 (Institute of Physics Publishing) pp 012123. DOI:10.1088/1757-899X/890/1/012123.
6. Nasybullin R, Akhmadiev F and Bakhareva O 2021 Method for optimizing the number of glass-fiber reinforced plastic rebars in concrete structures E3S Web of Conferences 274, 09001 (International Scientific Conference on Socio-Technical Construction and Civil Engineering (STCCE – 2021)) pp 10. doi.org/10.1051/e3sconf/202127409001.
7. Shumilov K.A., Guryeva Yu.A. Modeling of complex geometric rod and polygonal structures using the Grasshopper program // Izvestiya KSUAE, 2023, No. 3(65), pp. 257-269, DOI: 10.52409/20731523_2023_3_257, EDN: UWZTJU.
8. Vanin I.V., Ariskin M.V. Effectiveness of glued threaded washers in wooden structure joints // Izvestiya KSUAE, 2024, No. 1(67), pp. 63-70, DOI: 10.48612/NewsKSUAE/67.7, EDN: IAWOPI.
9. Wen Su, Yixiong Hua, Application of finite element analysis in the formal analysis of ancient architectural plaque section // online Engineering April 2025 14(1), DOI:10.1515/nleng-2024-0073.
10. Sharynin B.E. Numerical modeling of certain types of standard tests of wooden structures on metal gear plates // News of KSUAE, 2024, No. 2(68), pp. 136-146, DOI: 10.48612/NewsKSUAE/68.12, EDN: MWZFFQK.
11. Burova T.Yu., Gainanova D.R. Principles of designing art objects with a national component // Izvestiya KSUAE, 2024, No. 4(70), pp. 181-190, DOI: 10.48612/NewsKSUAE/70.16, EDN: NPKOWR.
12. Seregin D.V., Prokofiev E.I. Trends in the development of the bionic approach in architecture // Izvestiya KSUAE, 2024, No. 2(68), pp. 205-220, DOI: 10.48612/NewsKSUAE/68.18, EDN: RIRXHF.
13. Thanassis Souflas, Christos Gerontas, Harry Bikas, Panagiotis Stavropoulos On the Optimization of Robot Machining: A Simulation-Based Process Planning Approach // Machines 2024, 12(8), 521; <https://doi.org/10.3390/machines12080521>.
14. Mukhametrakhimov R.Kh., Galaoutdinov A.R., Ziganshina L.V. Improvement of additive construction production by increasing layer adhesion during long breaks in the 3D printing process // News of KSUAE, 2024, No. 1(67), pp. 127-134, DOI: 10.48612/NewsKSUAE/67.13, EDN: ULXEQB.
15. Shakirzyanov F.R., Valiev A.I., Suleimanov A.M., Nizamov R.K. Numerical modeling of the stress-strain state of hybrid composites // Izvestiya KSUAE, 2023, No. 4(66), pp. 275-285, DOI: 10.52409/20731523_2023_4_275, EDN: UVYIOO.
16. Nurbs Modelleme. Available from: http://www.sayismimar.com/dersnotlari/maya/maya_nurbs_modeling.pdf.

© **Ф. Г. Ахмадиев** – доктор технических наук, профессор кафедры Информационных систем и технологий (ИСТ), Казанский государственный архитектурно-строительный университет (КГАСУ), Казань, Россия, Akhmadiev@kgasu.ru; **Р. Н. Насыбуллин** – аспирант, КГАСУ, nasybullin.ranel@gmail.com; **А. Ибрахим** – кандидат физико-математических наук, ассистент кафедры ИСТ, КГАСУ, ibraheem.a@kgasu.ru.

© **F. G. Akhmadiev** – Doctor of Sciences (Technological Sci.), Professor of the department of Information Systems and Technologies (IST), Kazan State University of Architecture and Engineering (KSUAE), Kazan, Russia, Akhmadiev@kgasu.ru; **R. N. Nasybullin** – PhD-student, KSUAE, nasybullin.ranel@gmail.com; **A. Ibraheem** – PhD (Physical and Mathematical Sci.), Assistant of the IST department, KSUAE, ibraheem.a@kgasu.ru.

Дата поступления рукописи в редакцию – 26.05.25.

Дата принятия рукописи в печать – 18.06.25.