

Р. И. Ибятгов, Ф. Г. Ахмадиев, Р. А. Галимов

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ
ПРОЦЕССА РАЗДЕЛЕНИЯ ДВУХФАЗНОЙ НЕНЬЮТОНОВСКОЙ СРЕДЫ
В НЕИЗОТЕРМИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ В СЕПАРАТОРАХ С КРИВОЛИНЕЙНЫМИ ТАРЕЛКАМИ**

Ключевые слова: математическое моделирование, сепараторы с криволинейными вставками, неизотермические двухфазные течения, метод поверхностей равных расходов, траектория дисперсных частиц, неньютоновские среды, вычислительный эксперимент.

Рассмотрено математическое моделирование процессов плоских и осесимметрических неизотермических течений и разделения неньютоновских двухфазных сред в сепараторах с криволинейными стенками. Приведен алгоритм численного расчета геометрических характеристик осесимметрического криволинейного канала. Уравнения сохранения массы, энергии и импульсов двухфазной среды, которые записаны в ортогональной системе координат, связанной с областью течения решаются методом поверхностей равных расходов. Эти уравнения упрощены с учетом особенностей течения и геометрии области течения для произвольной системы координат, которые далее уточняются с учетом коэффициентов Ляме для конкретной области. В результате определено поле скоростей для несущей фазы. Далее по уравнениям движения дисперсной фазы вычислены скорости частиц с учетом соответствующих сил межфазного взаимодействия фаз для неньютоновской двухфазной среды. Вычислены траектории движения частиц в межтарелочном пространстве сепаратора, которые позволяют установить гидродинамическую обстановку в зазоре тарелок сепаратора в зависимости от его режимов работы. Для этого построен алгоритм расчета осаждения дисперсных частиц с учетом переменности длины пути осаждения и направления действия центробежной силы относительно стенок криволинейного канала. Численные расчеты проведены с учетом изменения эффективной вязкости среды от температуры, наличия гидродинамического и теплового начальных участков неизотермического течения при различных свойствах среды и частиц. Проведен вычислительный эксперимент по изучению различных режимов неизотермического течения и процесса разделения двухфазной среды, что позволяет определить эффективные режимы работы сепаратора.

R. I. Ibyatov, F. G. Akhmadiev, R. A. Galimov

**MATHEMATICAL MODELING AND COMPUTATIONAL EXPERIMENT OF THE PROCESS
OF SEPARATION OF TWO-PHASE NON-NEWTONIAN MEDIUM
UNDER NON-ISOTHERMAL CONDITIONS IN SEPARATORS WITH CURVED PLATES**

Key words: mathematical modeling, separators with curvilinear inserts, non-isothermal two-phase flows, method of surfaces of equal flow rates, trajectory of dispersed particles, non-Newtonian media, computational experiment.

Mathematical modeling of processes of flat and axisymmetric non-isothermal flows and separation of non-Newtonian two-phase media in separators with curvilinear walls is considered. Algorithm of numerical calculation of geometric characteristics of axisymmetric curvilinear channel is given. Equations of conservation of mass, energy and geometrics of two-phase medium, which are recorded in orthogonal coordinate system related to flow area, are solved by method of surfaces of equal flow rates. These equations are simplified taking into account the peculiarities of the flow and the geometry of the flow region for an arbitrary coordinate system, which are further refined taking into account the Lyame coefficients for a specific region. As a result, the velocity field for the carrier phase is determined. Further, using the equations of motion of the dispersed phase, particle velocities are calculated taking into account the corresponding interphase interaction forces for the non-Newtonian two-phase medium. Trajectories of particles movement in inter-tray space of separator are calculated, which make it possible to establish hydrodynamic situation in gap of separator trays depending on its operation modes. To this end, an algorithm for calculating deposition of dispersed particles is constructed taking into account the variability of the length of the deposition path and the direction of action of centrifugal force relative the walls of the curved channel. Numerical calculations were carried out taking into account the change in the effective viscosity of the medium from temperature, the presence of hydrodynamic and thermal initial sections of non-isothermal flow at various properties of the medium and particles. A computational experiment was conducted to study various modes of non-isothermal flow and the process of separation of the two-phase medium, which makes it possible to determine the effective operating modes of the separator.

Введение

Тонкослойные неизотермические течения двухфазных сред являются одним из эффективных способов интенсификации различных технологических процессов, в том числе процессов разделения этих сред. Известны множество способов повышения эффективности процессов разделения гетерогенных сред. Вопросы гидродинамических

способов разделения гетерогенных сред подробно рассмотрены в многочисленных работах, например, [1-2]. Одним из эффективных способов является их реализация в тонкослойных потоках, что обеспечивает уменьшение пути осаждения дисперсных частиц. Для увеличения скорости осаждения частиц применяют воздействия центробежной силы [3-5]. В работах [3, 6-8] показано, что достаточно перспективным является

разделение гетерогенных сред в тарельчатых сепараторах с криволинейными вставками. В таких сепараторах расстояние между вставками, а также направление действия центробежной силы относительно стенок канала являются переменными величинами. Следовательно, жидкостные сепараторы с криволинейными вставками являются перспективными для ускорения процесса разделения.

Дополнительным способом повышения интенсивности (ускорения) процесса разделения тонкодисперсных сред является уменьшение вязкости несущей фазы путем ее нагревания. В аппаратах непрерывного действия обогрев (охлаждение) разделяемой среды целесообразно производить в самом устройстве. Обогрев среды может быть реализован в процессе теплопередачи от горячих стенок криволинейного канала к жидкостному потоку [9].

В настоящее время имеются значительное число работ, которые посвящены математическому моделированию течений двухфазных сред в изотермических и неизотермических условиях в областях сложной геометрической формы, например, [10-14]. В этих работах не изучены вопросы совместного течения и разделения двухфазных сред с учетом неньютоновского поведения этих систем и изменения их физических характеристик. Поэтому, описание неизотермического потока гетерогенных неньютоновских сред и расчет траектории движения дисперсных частиц в сепараторах является актуальной задачей.

Целью данной работы является построение математической модели движения дисперсной частицы в неизотермическом осесимметричном и плоском потоках двухфазной неньютоновской среды, который протекает в пространстве между криволинейными поверхностями сепаратора, проведение вычислительного эксперимента.

Математическая модель

Рассматривается осесимметричное и плоское тонкослойное ламинарное неизотермическое течения гетерогенной неньютоновской среды в зазоре между криволинейными вставками тарельчатого сепаратора. Жидкостный поток с входной температурой T_0 движется по направлению от периферии канала к центру аппарата под действием перепада давления и центробежной силы (рис. 1). Если температура стенок канала T_w не совпадает со значением T_0 , то температура потока будет меняться. При значении T_w больше T_0 температура потока будет расти, а вязкость уменьшаться. Уменьшение вязкости сопровождается снижением гидравлического сопротивления осаждению дисперсных частиц.

Для описания течения гетерогенных сред можно использовать методы механики многофазных сред [15].

Для течений, близких к одномерным, которые выполняются для межтарелочного пространства сепараторов, упрощенные уравнения сохранения

массы, импульса и энергии в ортогональной системе координат x_1, x_2, x_3 , связанной с областью течения, после оценки значимости слагаемых, могут быть записаны в виде [13-14]:

$$\frac{\partial(H_2 H_3 \rho_1 U_1)}{\partial x_1} + \frac{\partial(H_1 H_3 \rho_1 V_1)}{\partial x_2} = 0, \quad (1)$$

$$\rho_1 \left(\frac{U_1}{H_1} \frac{\partial U_1}{\partial x_1} + \frac{V_1}{H_2} \frac{\partial U_1}{\partial x_2} + \frac{U_1 V_1}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial x_2} \right) = -\frac{\alpha_1}{H_1} \frac{\partial P}{\partial x_1} + G - F_{12x_1} + \rho_1 F_1, \quad (2)$$

$$-\rho_1 \frac{U_1^2}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial x_2} = -\frac{\alpha_1}{H_2} \frac{\partial P}{\partial x_2} - F_{12x_2} + \rho_1 F_2, \quad (3)$$

$$\rho_1 c_{p1} \left(\frac{U_1}{H_1} \frac{\partial T_1}{\partial x_1} + \frac{V_1}{H_2} \frac{\partial T_1}{\partial x_2} \right) = \frac{1}{H_1 H_2 H_3} \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\lambda_1 \frac{H_1 H_3}{H_2} \frac{\partial T_1}{\partial x_2} \right) + q_{21}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial(H_2 H_3 \rho_2 U_2)}{\partial x_1} + \frac{\partial(H_1 H_3 \rho_2 V_2)}{\partial x_2} = 0, \quad (5)$$

$$\rho_2 \left(\frac{U_2}{H_1} \frac{\partial U_2}{\partial x_1} + \frac{V_2}{H_2} \frac{\partial U_2}{\partial x_2} + \frac{U_2 V_2}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial x_2} \right) = -\frac{\alpha_2}{H_1} \frac{\partial P}{\partial x_1} + F_{12x_1} + \rho_2 F_1, \quad (6)$$

$$-\rho_2 \frac{U_2^2}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial x_2} = -\frac{\alpha_2}{H_2} \frac{\partial P}{\partial x_2} + F_{12x_2} + \rho_2 F_2, \quad (7)$$

$$\rho_2 c_{p2} \left(\frac{U_2}{H_1} \frac{\partial T_2}{\partial x_1} + \frac{V_2}{H_2} \frac{\partial T_2}{\partial x_2} \right) = \frac{1}{H_1 H_2 H_3} \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\lambda_2 \frac{H_1 H_3}{H_2} \frac{\partial T_2}{\partial x_2} \right) + q_{12} \quad (8)$$

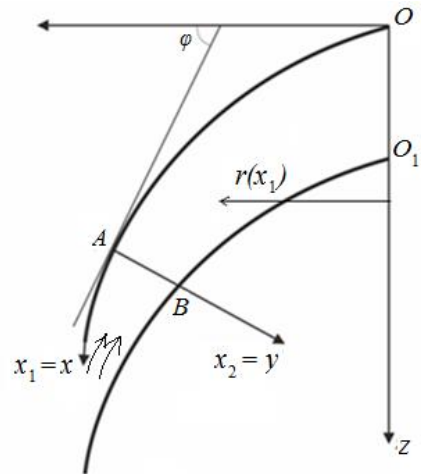


Рис. 1 – Схема области течения для расчета толщины зазора между криволинейными стенками

Fig. 1 – Flow diagram for calculating the gap thickness between curved walls

Здесь для упрощения записи вязкостной член для степенного закона Оствальда-де Вилля обозначен как

$$G = \frac{1}{H_1^2 H_2 H_3} \frac{\partial}{\partial x_2} \left[\mu H_1^2 H_3 \left| \frac{H_1}{H_2} \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{U_1}{H_1} \right) \right|^{n-1} \frac{H_1}{H_2} \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{U_1}{H_1} \right) \right].$$

Для определения эффективной вязкости (коэффициента консистенции) среды μ при различных значениях коэффициента нелинейности сплошной фазы n и концентрации дисперсной фазы α_2 силы межфазного взаимодействия \bar{F}_{12} можно использовать результаты работ [16–19].

В этих уравнениях F_{12x_1}, F_{12x_2} означают силу взаимодействия между фазами, обусловленную разностью скоростей их движения. Слагаемое q_{ji} учитывает контактный приток тепла от j -й к i -й фазе.

В случае движения тонкослойных потоков в условиях малой скоростной неравновесности может быть использована квазигомогенная модель двухфазных сред с переменными по продольной координате осредненными характеристиками $\alpha_2(x_1)$, $\rho(\alpha_2)$ и $\mu(\alpha_2, T)$.

Тогда для тонкослойных осесимметричных и плоских течений эффективной несущей среды упрощенные уравнения сохранения массы, импульса и энергии (1)-(8) в ортогональной системе координат (x_1, x_2) в условиях малой температурной неравновесности фаз могут быть записаны в виде

$$\frac{\partial(H_2 H_3 \rho U)}{\partial x_1} + \frac{\partial(H_1 H_3 \rho V)}{\partial x_2} = 0, \quad (9)$$

$$\rho \left(\frac{U}{H_1} \frac{\partial U}{\partial x_1} + \frac{V}{H_2} \frac{\partial U}{\partial x_2} + \frac{UV}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial x_2} \right) = -\frac{1}{H_1} \frac{\partial P}{\partial x_1} + G + \rho F_1, \quad (10)$$

$$-\rho \frac{U^2}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial x_2} = -\frac{1}{H_2} \frac{\partial P}{\partial x_2} + \rho F_2, \quad (11)$$

$$\rho c_p \left(\frac{U}{H_1} \frac{\partial T}{\partial x_1} + \frac{V}{H_2} \frac{\partial T}{\partial x_2} \right) = \frac{1}{H_1 H_2 H_3} \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\lambda \frac{H_1 H_3}{H_2} \frac{\partial T}{\partial x_2} \right), \quad (12)$$

где $c_p = (\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2) / \rho$, $\rho = \rho_1 + \rho_2$, $\lambda = \lambda(\alpha_1, \alpha_2, \lambda_1, \lambda_2)$.

Температурная зависимость вязкости среды обычно определяется на основе экспериментальных исследований. В частности, для учета температурной зависимости вязкости смеси можно использовать степенную аппроксимацию

$$\frac{\mu(T)}{\mu(T_0)} = 1 + \sum_i a_i T^i.$$

Решение системы уравнений (9)-(12) рассмотрим при следующих граничных и начальных условиях

при $x_2 = 0$: $U = 0$, $T = T_{w1}$;
 при $x_2 = h(x_1)$: $U = 0$, $T = T_{w2}$; (13)
 при $x_1 = x_{10}$: $T = T_0$, $U = U_0$, $p = p_0$.

Здесь вместо граничных условий первого рода для температуры также могут быть использованы граничные условия второго или третьего родов.

Для решения задачи (9)–(13) можно использовать метод поверхностей равных расходов. В соответствии с этим методом в поле течения введем поверхности равных расходов в виде осесимметричных трубок тока [3, 7]. Поверхности равных расходов вводятся как функции продольной координаты $y_k = y_k(x_1)$, $k = \overline{0, N+1}$. Здесь N – количество введенных поверхностей, причем линии y_0 и y_{N+1} совпадают со стенками криволинейного канала. Задачу расчета течения двухфазной среды между криволинейными стенками теперь можно свести к численному определению линии тока, полей скоростей и температуры на них с помощью следующих обыкновенных дифференциальных уравнений относительно независимой переменной x_1 [9].

$$\frac{dy_k}{dx_1} = \frac{dy_{k-1}}{dx_1} - \frac{y_k - y_{k-1}}{\Delta_k} \cdot \frac{d\Delta_k}{dx_1}, \quad k = \overline{1, N+1}, \quad (14)$$

$$\rho \frac{U_k}{H_1} \frac{dU_k}{dx_1} = -\frac{dP}{H_1 dx_1} - \rho \frac{U_k V_k}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial x_2} + \rho \left(\frac{U_k^2}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial x_2} + F_{2k} \right) \frac{H_2 dy_k}{H_1 dx_1} + \frac{1}{H_1^2 H_2 H_3} \cdot$$

$$\cdot \frac{\partial}{\partial x_2} \left[\mu H_1^2 H_3 \left| \frac{H_1}{H_2} \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{U_k}{H_1} \right) \right|^{n-1} \frac{H_1}{H_2} \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{U_k}{H_1} \right) \right] +$$

$$+ \rho F_{1k}, \quad k = \overline{1, N};$$

$$\rho c_p \frac{U_k}{H_1} \frac{dT_k}{dx_1} = \frac{1}{H_1 H_2 H_3} \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\lambda \frac{H_1 H_3}{H_2} \frac{\partial T_k}{\partial x_2} \right), \quad (16)$$

$$k = \overline{1, N},$$

где $\Delta_k = 2\pi(rUH_2)_{k-1} + 2\pi(rUH_2)_k$.

Для вычисления скоростей и температур между линиями тока, а также их частных производных по поперечной координате x_2 , они были представлены в виде разложения в ряд по полной системе базисных функций, удовлетворяющих граничным условиям

$$U = \sum_{j=1}^N A_j(x_1) \left[\left(\frac{y_k}{h} \right)^{j+1} - \frac{y_k}{h} \right],$$

$$T = T_{w1} + (T_{w2} - T_{w1}) \frac{y_k}{h} +$$

$$+ \sum_{j=1}^N C_j(x_1) \left[\left(\frac{y_k}{h} \right)^{j+1} - \frac{y_k}{h} \right].$$

Коэффициенты разложения $A_j(x_1), C_j(x_1)$ находятся из условий совпадения вычисляемых скоростей и температуры со значениями $U_k(x_1), T_k(x_1)$ на линиях тока $y_k(x_1)$.

Метод решения уравнений (14)-(16) и алгоритм процедуры прогонки, на примере изотермической задачи, изложен в работах [7, 9].

Уравнение движения дисперсной частицы удобней рассматривать в неинерциальной системе

координат, движущейся с макроскопической скоростью несущей фазы \bar{V}_1 и ускорением $d_2\bar{V}_1/dt$, в которой пробная частица движется со скоростью $\bar{W}_{12} = \bar{V}_1 - \bar{V}_2$ и ускорением $d_2\bar{W}_{12}/dt$ [15]. Сила межфазного взаимодействия \bar{f}_{12} состоит из нескольких компонентов. В предположении малости числа Рейнольдса силу межфазного взаимодействия можно представить в виде суммы силы вязкого трения и выталкивающей силы Архимеда [15]

$$\bar{f}_{12} = \frac{4\pi a^3}{3} \rho_1^0 \left(\frac{d\bar{V}_1}{dt} - \bar{F} \right) + C_\mu \pi a^2 \frac{\rho_1^0 w^2}{2} \frac{\bar{W}_{12}}{w}, \quad (17)$$

где $w = |\bar{W}_{12}|$ - модуль относительной скорости дисперсной частицы. В рассматриваемом режиме осаждения влиянием инерционных эффектов на возникновение выталкивающей силы пренебрегаем. Тогда с учетом выражения (17), уравнение движения для дисперсной фазы приводится к виду

$$\frac{d\bar{V}_2}{dt} = k\bar{W}_{12}^2 + \left(1 - \frac{\rho_1^0}{\rho_2^0} \right) \bar{F}, \quad (18)$$

где $k = 0,75 C_\mu \rho_1^0 / (\rho_2^0 d)$,

$$C_\mu = \frac{32.5}{Re} (1 + 2.5 Re^{0.2}), \quad Re = \frac{H^n U^{2-n} \rho_1^0}{\mu} \quad [18-19].$$

Предположим, что криволинейный осесимметричный канал тарельчатого сепаратора образован двумя вставками, которые заданы уравнениями (рис. 1)

$$z = f(R), \quad z = s(R).$$

Численные расчеты

Для реализации численных расчетов необходимо определить форму вставок тарельчатого сепаратора и выбрать соответствующую систему координат. Пусть вставки сепаратора имеют параболическую форму и описываются уравнениями $f(R) = aR^m$ и $s(R) = aR^m + b$. Тогда уравнения для определения геометрических характеристик канала запишутся в виде

$$\int_0^R \sqrt{1 + a^2 m^2 R^{2m-2}} dR - x = 0, \quad (19)$$

$$h = \sqrt{(R_B - R_A)^2 + (aR_B^m + b - aR_A^m)}, \quad (20)$$

$$ma^2 R_B^{2m-1} + R_B + ma(b - aR_A^m) R_B^{m-1} - R_A = 0. \quad (21)$$

Формулу для вычисления угла между нормалью к поверхности и радиусом вращения получим в виде

$$\beta = \arcsin \left(\left(1 + a^2 m^2 R^{2m-2} \right)^{-1/2} \right).$$

Алгоритм численных расчетов геометрических характеристик рабочей зоны изложен подробно в работе [7].

Выберем ортогональную систему координат $(x_1 = x, x_2 = y, x_3 = \varphi)$ с коэффициентами Ляме $H_1 = 1, H_2 = 1, H_3 = r$. Перейдем к безразмерным переменным

$$\tilde{x} = x/(h_* Re), \quad \tilde{y} = y/h_*, \quad \tilde{R} = R/(h_* Re),$$

$$\tilde{U} = U/U_*, \quad \tilde{V} = V Re/U_*, \quad \tilde{P} = P/(\rho U_*^2),$$

$$\tilde{h} = h/h_*, \quad \tilde{T} = (T - T_0)/(T_w - T_0).$$

Тогда в безразмерных переменных векторное уравнение (18) запишется в виде следующих скалярных уравнений

$$\frac{du}{dt} = k(U - u)^2 Re - r \sin \beta \left(1 - \frac{\rho_1^0}{\rho_2^0} \right) \frac{Re^2}{Fr}, \quad (22)$$

$$\frac{dv}{dt} = k(V - v)^2 - r \cos \beta (1 - \rho_1^0 / \rho_2^0) Re^3 / Fr, \quad \text{где}$$

$$Fr = U^2 / H^2 \omega^2. \quad (23)$$

Построенные уравнения позволяют вычислять значения компонентов скоростей движения дисперсных частиц u, v . По известным компонентам скоростей u и v траектория движения частиц строится с помощью уравнений [8]

$$\frac{dx}{dt} = u, \quad \frac{dy}{dt} = v. \quad (24)$$

Уравнения (22)-(24) решаются совместно одним из численных методов, например, методом Рунге-Кутты при заданных начальных условиях

$$u(0) = u_0, v(0) = v_0, x(0) = x_0, y(0) = y_0.$$

При этом на каждом шаге проверяются сходимость и устойчивость решения.

Следует отметить, что при решении уравнений (22)-(23) необходимо использовать локальные значения скоростей и температуры эффективной несущей фазы, которые соответствуют местоположению дисперсной частицы. А в методе поверхностей равных расходов численное решение системы уравнений (14)-(16) строится в виде дискретных значений по неравномерной сетке. Поэтому, на каждом шаге численного решения системы уравнений (22)-(24), для вычисления скоростей несущей фазы и температуры строится пропорция по четырем ближайшим узлам решений системы уравнений (14)-(16).

Обсуждение результатов

При расчете траектории движения отсчитывались от поверхности нижней стенки на входе в рабочую зону канала. Сравнительные результаты численных расчетов траектории движения частиц в условиях неизотермического ($\tilde{T} = 1$) и изотермического ($\tilde{T} = 0$) течений приведены на рис.2. В начальном участке движения обе траектории практически совпадают, поскольку тепловой поток, идущий от теплых стенок канала, не успевает влиять на вязкость несущей среды. В дальнейшем, по мере (нагрева) повышения температуры среды и, соответственно, уменьшения ее вязкости, скорость осаждения частицы возрастает. На траекторию осаждения частиц сильно влияет коэффициент нелинейности n . При этом скорость осаждения растет и путь осаждения сокращается (рис.2).

На рисунках 3 и 4 представлены кривые осаждения дисперсной частицы при разных значениях скорости вращения канала и степени нелинейности среды в неизотермических условиях. При увеличении скорости вращения интенсивность

осаждения частиц возрастает (рис.3). Влияние коэффициента нелинейности среды n на траекторию движения оказалось значительным.

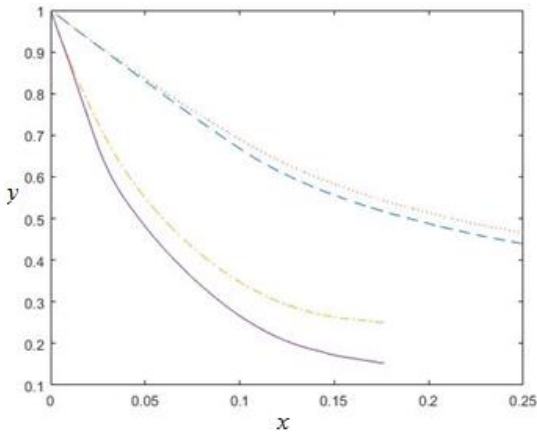


Рис. 2 - Влияние обогрева среды на траекторию осаждения частиц при значениях $\rho_2^0/\rho_1^0=1.25$, $Re=226$, $Re/Pe=0.0027$, $Fr=2.77$, $d=0.005$: $\tilde{T} = 0$ и $n=1$ – пунктирная линия; $\tilde{T} = 1$ и $n=1$ – разрывная линия; $\tilde{T} = 0$ и $n=0.8$ – штрих пунктирная линия; $\tilde{T} = 1$ и $n=0.8$ сплошная линия

Fig. 2 – Effect of fluid heating on the particle settling trajectory for the following parameters: $\rho_2^0/\rho_1^0=1.25$, $Re=226$, $Re/Pe=0.0027$, $Fr=2.77$, $d=0.005$: $\tilde{T} = 0$ and $n=1$ – dashed line; $\tilde{T} = 1$ and $n = 1$ – dashed line; $\tilde{T} = 0$ and $n=0.8$ – dotted line; $\tilde{T} = 1$ and $n=0.8$ – solid line

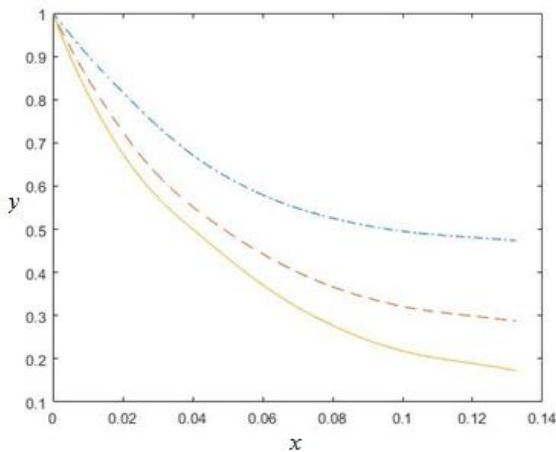


Рис. 3 - Влияние скорости вращения на траекторию осаждения частиц при значениях $\tilde{T} = 1$, $\rho_2^0/\rho_1^0 = 1.25$, $Re=226$, $Re/Pe=0.0027$: $Fr=4$ – штрихпунктирная линия, $Fr=1.56$ – разрывная линия, $Fr=1$ – сплошная линия

Fig. 3 – Effect of rotational speed on the particle settling trajectory for values of $\tilde{T} = 1$, $\rho_2^0/\rho_1^0 = 1.25$, $Re=226$, $Re/Pe=0.0027$: $Fr=4$ – dashed line, $Fr=1.56$ – dotted line, $Fr=1$ – solid line

При его уменьшении скорость осаждения возрастает. Уменьшение показателя нелинейности среды n вызывает рост значения критерия Рейнольдса. При значениях показателя нелинейности 0.9, 0.8 и 0.7 критерий Re принимал соответственно значения 142, 227 и 362. Поскольку число Re использовался как параметр обезразмеривания, длины траектории осаждения оказались разными (рис. 4).

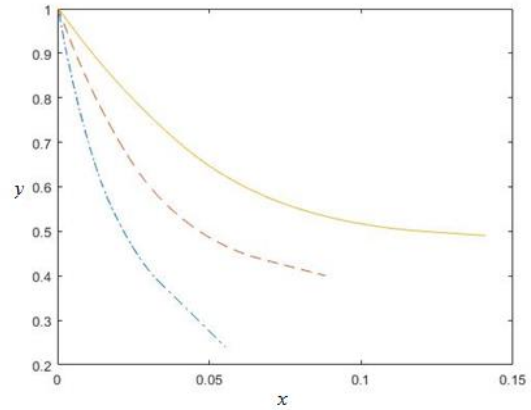


Рис. 4 - Влияние коэффициента нелинейности среды на траекторию осаждения частиц при значениях $\tilde{T} = 1$, $\rho_2^0/\rho_1^0 = 1.25$, $Fr=2.77$: $n=0.9$, $Re=142$, $Re/Pe=0.0017$ – сплошная линия; $n=0.8$, $Re=227$, $Re/Pe=0.0027$ – разрывная линия; $n=0.7$, $Re=362$, $Re/Pe=0.0043$ – штрихпунктирная линия

Fig. 4 – Effect of the medium's nonlinearity coefficient on the particle settling trajectory for values of $\tilde{T} = 1$, $\rho_2^0/\rho_1^0 = 1.25$, $Fr=2.77$: $n=0.9$, $Re=142$, $Re/Pe=0.0017$ – solid line; $n=0.8$, $Re=227$, $Re/Pe=0.0027$ – dashed line; $n=0.7$, $Re=362$, $Re/Pe=0.0043$ – dotted line

Регулируя изменением вышеперечисленных параметров и температуры можно повысить эффективность разделения двухфазной системы и с учетом этих факторов можно поставить задачу оптимизации работы соответствующих аппаратов, например, центробежных сепараторов. Результаты численных расчетов согласуются с данными приведенными в работах [5-8].

Заключение

Построенная математическая модель неизоэтермического течения неньютоновской двухфазной среды и движения дисперсных частиц в криволинейных каналах и трубах сложной конфигурации позволяет проводить расчеты по определению гидродинамической обстановки в них. Были проведены вычислительные эксперименты по расчёту течения и разделения неньютоновских двухфазных сред в неизоэтермических условиях для областей параболической и канонической форм с учетом начального участка течения. Результаты компьютерного моделирования неизоэтермического двухфазного течения могут быть использованы при

расчете различных технологических процессов в рабочих аппаратах сложной геометрической формы, например, центробежных сепараторов

Литература

1. B. V. Dzyubenko, Yu. A. Kuzma-Kichta, A. M. Kutepov, et al., *Intensification of Heat and Mass Transfer in Energy Sector* (Tsniatominform, Moscow, 2003).
2. T. A. Malinovskaya, I. A. Kobrinsky, O. S. Kirsanov, and V. V. Reinfart, *Separation of Suspensions in the Chemical Industry* (Khimiya, Moscow, 1983).
3. Р.И.Ибяттов, Ф.Г. Ахматиев, А.Н.Зиннатуллин, Н.Г.Кислова, Компьютерное моделирование процессов разделения двухфазных сред в сепараторах с криволинейными вставками, *Вестник технологического университета*. **28**, 3, 85-90 (2025).
4. V. G. Zhukov and V. M. Chesnokov, Pressure in a thin-layer liquid flow of a disk centrifugal separator, *Theor. Found. Chem. Eng.* **50**, 6, 683–693 (2016).
5. E. V. Semenov, A. A. Slavyansky, and A. V. Karamzin, For the calculation of hydrodynamic characteristics of disk-separator, *Khron. Pererab. Sel'khozsyrya*. **6**, 39–45 (2017).
6. E. V. Semenov, A. A. Slavyansky, and N. N. Lebedeva, Specific features of the process of centrifugal separation of a liquid system in a separator with double-curvature inserts, *Khim. Neftegaz. Mashinostr.* **3**, 3–7 (2019).
7. R. I. Ibyatov and F. G. Akhmadiev, Mathematical modeling of the flow of two-phase media in disc stack separators with curvilinear discs, *Theor. Found. Chem. Eng.* **57**, 4, 489–496 (2023).
8. R. I. Ibyatov and F. G. Akhmadiev, Mathematical Modeling of the Motion of Dispersed Particles of Two-Phase Media in Plate Separators with Curvilinear Inserts, *Lobachevskii Journal of Mathematics*. **46**, 5, 2084-2092 (2025).
9. R. I. Ibyatov and F. G. Akhmadiev, Mathematical Modeling of Non-isothermal Flow of Two-phase Media in Curved Channels, *Lobachevskii Journal of Mathematics*. **45**, 5, 2026-2034 (2024).
10. A. G. Bagautdinova and Ya. D. Zolotonosov, Mathematical model of the coupled problem of heat transfer in turbulent flow in channels of complex geometry, *News KSUAE*. **24**, 2, 157–167 (2015).
11. F. G. Akhmadiev and I. V. Malanichev, Reducing of pressure losses in ventilation ducts based on the solution of the structural and parametric optimization problem, *News KSUAE*. **50**, 4, 271–278 (2019).
12. R. I. Ibyatov, L. P. Kholpanov, F. G. Akhmadiev, and R. R. Fazylyyanov, Calculation of flow of heterogeneous media of non-newtonian behavior on permeable surfaces, *J. Eng. Phys. Therm.* **76**, 6, 1289–1299 (2003).
13. R. I. Ibyatov, F. G. Akhmadiev, L. P. Kholpanov, and I. G. Bekbulatov, Mathematical modeling of the flow of a multiphase heterogeneous medium in a permeable channel, *Theor. Found. Chem. Eng.* **41**, 5, 490–499 (2007).
14. F. G. Akhmadiev, R. R. Fazylyyanov, and R. A. Galimov, Mathematical modeling of nonisothermal thin-film two-phase over permeable surfaces, *Theor. Found. Chem. Eng.* **46**, 6, 583–593 (2012).
15. R. I. Nigmatullin, *Dynamics of Multiphase Media, Part 1* (Nauka, Moscow, 1987; Hemisphere, New York, 1990).
16. H. Tanaka and J. L. White, A cell model theory of shear viscosity of a concentrated suspension of interacting spheres in non-Newtonian fluid, *Non-Newton. Fluid Mech.* **7**, 4, 333–343 (1980).
17. V.M. Shapovalov On the applicability of the ostwald–de waele model in solving applied problems, *J. Eng. Phys. Therm.* **90**, 5, 1213-1218–266 (2017).
18. G. I. Kelbaliyev, Drag coefficients of variously shaped solid particles, drops, and bubbles, *Theor. Found. Chem. Eng.* **45**, 3, 248–266 (2013).
19. O. M. Sokovnin, N. V. Zagoskina, and S. N. Zagoskin, Hydrodynamics of the motion of spherical particles, droplets, and bubbles in a non-Newtonian liquid: Analytical methods of investigation, *Theor. Found. Chem. Eng.* **46**, 3, 199–212 (2012).

References

1. B. V. Dzyubenko, Yu. A. Kuzma-Kichta, A. M. Kutepov, et al., *Intensification of Heat and Mass Transfer in Energy Sector* (Tsniatominform, Moscow, 2003).
2. T. A. Malinovskaya, I. A. Kobrinsky, O. S. Kirsanov, and V. V. Reinfart, *Separation of Suspensions in the Chemical Industry* (Khimiya, Moscow, 1983).
3. R.I. Ibyatov, F.G. Akhmadiev, A.N. Zinnatullin, N.G. Kislova, “Computer Simulation of Separation Processes in Two-Phase Media in Separators with Curved Inserts,” *Herald of Technological University*. **28**, 3, 85–90 (2025).
4. V. G. Zhukov and V. M. Chesnokov, Pressure in a thin-layer liquid flow of a disk centrifugal separator, *Theor. Found. Chem. Eng.* **50**, 6, 683–693 (2016).
5. E. V. Semenov, A. A. Slavyansky, and A. V. Karamzin, For the calculation of hydrodynamic characteristics of disk-separator, *Khron. Pererab. Sel'khozsyrya*. **6**, 39–45 (2017).
6. E. V. Semenov, A. A. Slavyansky, and N. N. Lebedeva, Specific features of the process of centrifugal separation of a liquid system in a separator with double-curvature inserts, *Khim. Neftegaz. Mashinostr.* **3**, 3–7 (2019).
7. R. I. Ibyatov and F. G. Akhmadiev, Mathematical modeling of the flow of two-phase media in disc stack separators with curvilinear discs, *Theor. Found. Chem. Eng.* **57**, 4, 489–496 (2023).
8. R. I. Ibyatov and F. G. Akhmadiev, Mathematical Modeling of the Motion of Dispersed Particles of Two-Phase Media in Plate Separators with Curvilinear Inserts, *Lobachevskii Journal of Mathematics*. **46**, 5, 2084-2092 (2025).
9. R. I. Ibyatov and F. G. Akhmadiev, Mathematical Modeling of Non-isothermal Flow of Two-phase Media in Curved Channels, *Lobachevskii Journal of Mathematics*. **45**, 5, 2026-2034 (2024).
10. A. G. Bagautdinova and Ya. D. Zolotonosov, Mathematical model of the coupled problem of heat transfer in turbulent flow in channels of complex geometry, *News KSUAE*. **24**, 2, 157–167 (2015).
11. F. G. Akhmadiev and I. V. Malanichev, Reducing of pressure losses in ventilation ducts based on the solution of the structural and parametric optimization problem, *News KSUAE*. **50**, 4, 271–278 (2019).
12. R. I. Ibyatov, L. P. Kholpanov, F. G. Akhmadiev, and R. R. Fazylyyanov, Calculation of flow of heterogeneous media of non-newtonian behavior on permeable surfaces, *J. Eng. Phys. Therm.* **76**, 6, 1289–1299 (2003).
13. R. I. Ibyatov, F. G. Akhmadiev, L. P. Kholpanov, and I. G. Bekbulatov, Mathematical modeling of the flow of a multiphase heterogeneous medium in a permeable channel, *Theor. Found. Chem. Eng.* **41**, 5, 490–499 (2007).
14. F. G. Akhmadiev, R. R. Fazylyyanov, and R. A. Galimov, Mathematical modeling of nonisothermal thin-film two-phase over permeable surfaces, *Theor. Found. Chem. Eng.* **46**, 6, 583–593 (2012).
15. R. I. Nigmatullin, *Dynamics of Multiphase Media, Part 1* (Nauka, Moscow, 1987; Hemisphere, New York, 1990).
16. H. Tanaka and J. L. White, A cell model theory of shear viscosity of a concentrated suspension of interacting spheres in non-Newtonian fluid, *Non-Newton. Fluid Mech.* **7**, 4, 333–343 (1980).

17. V.M. Shapovalov On the applicability of the ostwald–de waele model in solving applied problems, J. Eng. Phys. Therm. **90**, 5, 1213-1218–266 (2017).
18. G. I. Kelbaliyev, Drag coefficients of variously shaped solid particles, drops, and bubbles, Theor. Found. Chem. Eng. **45**, 3, 248–266 (2013).

19. O. M. Sokovnin, N. V. Zagoskina, and S. N. Zagoskin, Hydrodynamics of the motion of spherical particles, droplets, and bubbles in a non-Newtonian liquid: Analytical methods of investigation, Theor. Found. Chem. Eng. **46**, 3, 199–212 (2012).

© **Р. И. Ибятov** – доктор технических наук, профессор, зав. каф. Физики и математики, Казанский государственный аграрный университет, Казань, Россия, r.ibjatov@mail.ru; **Ф. Г. Ахмадиев** – доктор технических наук, профессор кафедры Информационных систем и технологий (ИСТ), Казанский государственный архитектурно-строительный университет (КГАСУ), Akhmadiev@kgasu.ru; **Р. А. Галимов** – кандидат технических наук, доцент кафедры ИСТ, КГАСУ, iplan@list.ru.

© **R. I. Ibyatov** - Doctor of Sciences (Technological Sci.), Professor, Head of the department of Physics and Mathematics of Kazan State Agrarian University, Kazan, Russia, r.ibjatov@mail.ru; **F. G. Akhmadiev** – Doctor of Sciences (Technological Sci.), Professor of the department of Information Systems and Technologies (IST) of Kazan State University of Architecture and Engineering (KSUAE), Akhmadiev@kgasu.ru; **R. A. Galimov** – PhD (Technical Sci.), Associate Professor of the IST department, KSUAE, iplan@list.ru.

Дата поступления рукописи в редакцию – 14.01.26.

Дата принятия рукописи в печать – 08.04.26.