

В. А. Лебедева, У. А. Ильина

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С КАНАЛАМИ РАЗНОЙ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ

Ключевые слова: системы массового обслуживания (СМО), неэквивалентные каналы, имитационное моделирование, уравнения Колмогорова, AnyLogic, GPSS World, Engae.

В настоящем исследовании изложены результаты сравнительного анализа точности аналитико-математических методов и имитационного моделирования при оценивании общих показателей работы систем массового обслуживания с неоднородной структурой обслуживающих приборов. Рассматриваются многоканальные отказные СМО, характеризующиеся неэквивалентностью каналов обслуживания, при условии поступления заявок в соответствии с пуассоновским процессом и экспоненциальным законом распределения продолжительности обслуживания. Особое внимание уделено сопоставлению надёжности результата и применимости аналитических и симуляционных подходов при исследовании вероятностно-временных характеристик исследуемых систем. В статье рассмотрены процессы функционирования двухканальных и трехканальных систем с различающимися интенсивностями обслуживания каналов. Для аналитического описания состояний систем использованы системы уравнений Колмогорова. Имитационное моделирование реализовано с использованием трех различных инструментов: специализированных сред AnyLogic и GPSS World, а также динамической среды моделирования Engae. В работе исследованы различные способы распределения поступающих заявок между каналами обслуживания. Рассмотрены равновероятное распределение заявок, а также распределение, учитывающее интенсивности обслуживания каналов и их пропускную способность. В ходе исследования проведены серии вычислительных экспериментов при различных значениях интенсивности входного потока заявок, что позволило оценить влияние нагрузки на показатели функционирования систем. Для двухканальных и трехканальных СМО выполнено сопоставление результатов аналитических расчетов и имитационных экспериментов. В качестве ключевых выходных характеристик для сравнения методов выбраны вероятность свободного состояния системы (P_0) и вероятность отказа в обслуживании ($P_{отк}$). Полученные результаты показали высокую степень согласованности между аналитическими расчетами и результатами моделирования во всех рассматриваемых программах. Установлено, что наибольшие отклонения наблюдаются при малых значениях интенсивности входного потока и обусловлены статистическим характером имитационного моделирования, конечным временем эксперимента и особенностями распределения заявок между каналами обслуживания. Проведенный анализ подтвердил эффективность применения современных средств имитационного моделирования для исследования сложных СМО с неоднородными характеристиками каналов. Полученные результаты демонстрируют возможность использования AnyLogic, GPSS World и Engae при проектировании, анализе и оптимизации многоканальных систем обслуживания различной сложности.

V. A. Lebedeva, U. A. Ilyina

COMPARATIVE ANALYSIS OF THE ACCURACY OF THE SIMULATION MODEL OF QUEUING SYSTEMS WITH SERVICES OF DIFFERENT PERFORMANCE

Keywords: queuing systems (QMS), unequal channels, simulation modeling, Kolmogorov equations, AnyLogic, GPSS World, Engae.

This study presents the results of a comparative analysis of the accuracy of analytical and mathematical methods and simulation modeling in assessing the overall performance of queuing systems with a heterogeneous structure of service devices. Multi-channel fault management systems characterized by unequal service channels are considered, provided that applications are received in accordance with the Poisson process and the exponential law of service duration distribution. Special attention is paid to comparing the computational reliability, stability, and applicability of analytical and simulation approaches in the study of probabilistic and temporal characteristics of the studied systems. The article discusses the functioning processes of two-channel and three-channel systems with varying channel service rates. Systems of Kolmogorov equations are used to analytically describe the states of the systems. Simulation modeling is implemented using three different tools: AnyLogic and GPSS World specialized environments, as well as the Engae dynamic modeling environment. The paper examines ways of distributing incoming requests between service channels. An equally probable distribution of applications is considered, as well as a distribution that takes into account the intensity of channel maintenance and their throughput. In the course of the study, a series of computational experiments were conducted at different values of the intensity of the input flow of applications, which made it possible to assess the impact of the load on the performance of the systems. For two-channel and three-channel CFOs, the results of analytical calculations and simulation experiments were compared. The probability of a free system state (P_0) and the probability of a denial of service (P_{otc}) were selected as the key output characteristics for comparing methods. The results obtained showed a high degree of consistency between analytical calculations and simulation results in all considered programs. It is established that the largest deviations are observed at low values of the input flow intensity and are due to the statistical nature of the simulation, the finite time of the experiment and the peculiarities of the distribution of applications between the service channels. The analysis confirmed the effectiveness of using modern simulation tools to study complex CFR with heterogeneous channel characteristics. The results obtained demonstrate the possibility of using AnyLogic, GPSS World, and Engae in the design, analysis, and optimization of multichannel service systems of varying complexity.

Введение

Оценка эффективности функционирования систем массового обслуживания (СМО) традиционно

относится к числу наиболее приоритетных задач в области теории системного анализа [1]. При увеличе-

нии числа обслуживающих устройств в СМО с неэквивалентными каналами (каналами разной производительности) наблюдается экспоненциальный рост возможных состояний, что ведет к резкому усложнению системы уравнений Колмогорова и делает ручной расчет практически невозможным [3]. В качестве альтернативного метода исследования в подобных случаях широко применяется имитационное моделирование.

Вопросы моделирования систем с неэквивалентными каналами освещены в литературе значительно слабее, хотя в реальных технических и логистических объектах такие структуры встречаются повсеместно. Использование имитационных моделей требует обязательного подтверждения их точности, поэтому целью данной статьи является верификация результатов имитационного моделирования СМО с неэквивалентными каналами путем их сопоставления с теоретическими данными [8, 9].

Для проверки достоверности в работе задействован комплекс программных решений: системы моделирования AnyLogic и GPSS World, среды динамических расчетов Engsee.

Научная новизна исследования заключается в сравнительном анализе точности аналитических методов и имитационного моделирования многоканальных отказных СМО с неэквивалентными каналами обслуживания в средах AnyLogic, GPSS World и Engsee.

Экспериментальная часть

В исследовании осуществлено компаративное сопоставление результатов аналитико-вероятностных вычислений и имитационно-стохастического моделирования для двух- и трёхканальных систем массового обслуживания с функционально неоднородными приборами обслуживания. Проведена параметрическая оценка вероятностно-временных и эксплуатационных характеристик рассматриваемых СМО при различных механизмах диспетчеризации входящего потока заявок, включая равновероятную маршрутизацию и адаптивное распределение, пропорциональное интенсивностям обслуживания и производительности каналов.

В рамках исследования были определены показатели эффективности функционирования двухканальной СМО [7]. В ходе проведения вычислительных экспериментов интенсивность входящего потока заявок изменялась, тогда как параметры производительности обслуживающих каналов фиксировались на постоянном уровне.

Система уравнений Колмогорова для данной СМО имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \mu_1 P_1 + \mu_2 P_2 - \lambda P_0 = 0 \\ \mu_2 P_3 + \frac{\lambda}{2} P_0 - (\mu_1 + \lambda) P_1 = 0 \\ \mu_1 P_3 + \frac{\lambda}{2} P_0 - (\mu_2 + \lambda) P_2 = 0 \\ \lambda P_1 + \lambda P_2 - (\mu_1 + \mu_2) P_3 = 0 \\ P_0 + P_1 + P_2 + P_3 = 1 \end{cases}$$

СМО описывается системой уравнений Колмогорова, где P_0 — соответствует состоянию простоя, P_1

и P_2 — занятости одного из каналов, а P_3 — полной загрузке системы.

Рассмотрим двухканальную СМО с каналами различной производительности. Логика распределения потоков предполагает равновероятный выбор любого из каналов при условии, что они оба свободны. Если же один из приборов уже занят обработкой, поступающая заявка автоматически направляется на свободный канал [2].

Имитационная модель для 2-х канальной СМО представлена на рис. 1. В рассматриваемой имитационной модели выделяются несколько функциональных компонентов. Source — предназначен для генерации заявок на обслуживание с заданной интенсивностью входного потока. Распределение поступающих заявок между каналами осуществляется с использованием блоков selectOutput и selectOutput1. Для моделирования времени обслуживания применяются блоки delay и delay1, отражающие задержки в соответствующих каналах. Завершение обработки заявок реализуется посредством блоков sink, sink1 и sink2, выполняющих их удаление из системы. Дополнительно в структуру модели включены переменные состояния, предназначенные для количественной оценки вероятностей стационарных режимов функционирования системы массового обслуживания. [10, 15].

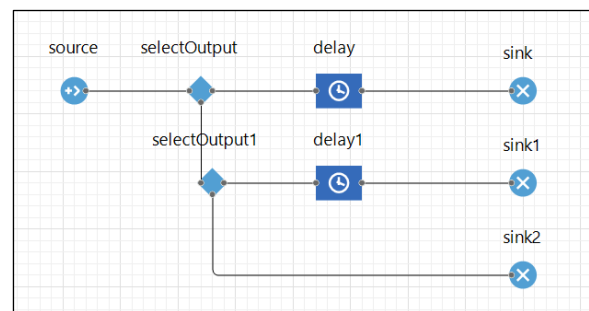


Рис. 1 - Имитационная модель двухканальной СМО с отказами в Anylogic

Fig. 1 - Simulation model of a two-channel CFR with failures in Anylogic

Оценка эксплуатационных характеристик двухканальной системы массового обслуживания осуществлялась с использованием двух подходов: аналитико-вероятностного метода, основанного на системе дифференциальных уравнений Колмогорова, и имитационно-стохастического моделирования [14]. В процессе вычислительных экспериментов параметр интенсивности входящего потока заявок λ изменялся в диапазоне от 2 до 9 при фиксированных значениях интенсивностей обслуживания каналов. Результаты проведённого анализа представлены в таблице 1. Обозначение «И» соответствует данным, полученным посредством имитационного моделирования в среде AnyLogic, тогда как обозначение «А» отражает результаты аналитических расчётов, выполненных на основе системы уравнений Колмогорова.

В качестве следующего объекта исследования рассмотрим 3-х канальную СМО с неэквивалент-

ными каналами (рис. 2). Вычислительный эксперимент для данной структуры строился на допущении, что входящие требования распределяются между устройствами пропорционально их интенсивностям обслуживания. В процессе расчетов параметры входящего потока изменялись, тогда как пропускная способность самих каналов оставалась фиксированной.

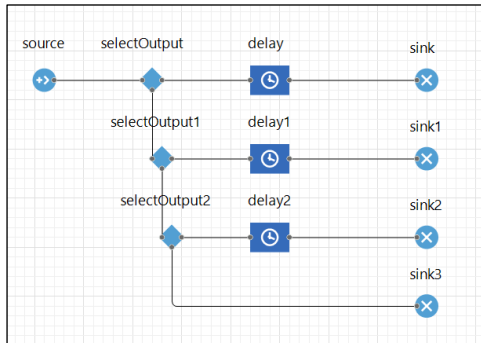


Рис. 2 - Имитационная модель трехканальной СМО с отказами в AnyLogic

Fig. 2 - Simulation model of a three-channel CFR with failures in AnyLogic

Система уравнений Колмогорова для трехканальной СМО с неоднородными каналами имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \mu_1 P_1 + \mu_2 P_2 + \mu_3 P_3 + \lambda P_0 = 0 \\ \mu_2 P_4 + \mu_3 P_5 + \frac{\lambda \mu_1}{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3} P_0 - (\mu_1 + \lambda) P_1 = 0 \\ \mu_1 P_4 + \mu_3 P_6 + \frac{\lambda \mu_2}{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3} P_0 - (\mu_2 + \lambda) P_2 = 0 \\ \mu_1 P_5 + \mu_2 P_6 + \frac{\lambda \mu_3}{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3} P_0 - (\mu_3 + \lambda) P_3 = 0 \\ \mu_3 P_7 + \frac{\lambda \mu_2}{\mu_2 + \mu_3} P_1 + \frac{\lambda \mu_1}{\mu_1 + \mu_3} P_2 - (\mu_1 + \mu_2 + \lambda) P_4 = 0 \\ \mu_2 P_7 + \frac{\lambda \mu_3}{\mu_2 + \mu_3} P_1 + \frac{\lambda \mu_1}{\mu_1 + \mu_2} P_3 - (\mu_1 + \mu_3 + \lambda) P_5 = 0 \\ \mu_1 P_7 + \frac{\lambda \mu_3}{\mu_1 + \mu_3} P_2 + \frac{\lambda \mu_2}{\mu_1 + \mu_2} P_3 - (\mu_2 + \mu_3 + \lambda) P_6 = 0 \\ \lambda P_4 + \lambda P_5 + \lambda P_6 - (\mu_1 + \mu_2 + \mu_3) P_7 = 0 \\ P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_7 = 1 \end{cases}$$

Для трёхканальной СМО с интенсивностями обслуживания $\mu_1=1$, $\mu_2=3$, $\mu_3=5$ были проведены аналогичные расчёты. Результаты сведены в таблицу 1.

Для сравнительного анализа использовались вероятностные характеристики P_0 (вероятность простоя системы) и P_3 (вероятность полной загрузки обслуживающих каналов).

Сопоставление результатов аналитического решения системы уравнений Колмогорова и имитационного моделирования в среде AnyLogic демонстрирует их высокую согласованность: расхождения минимальны и носят статистически незначимый характер.

Сравнение аналитических результатов и имитационного моделирования в AnyLogic показывает совпадение полученных значений. Абсолютная погрешность для 2-х канальной СМО в AnyLogic составляет

не более 0,002. Абсолютная погрешность в AnyLogic для 3-х канальной СМО составляет не более 0,033.

Таблица 1 – Результаты аналитических расчётов и имитационного эксперимента для двухканальной СМО ($\mu_1=1$, $\mu_2=4$) и для трехканальной СМО ($\mu_1=1$, $\mu_2=3$, $\mu_3=5$)

Table 1 – Results of analytical calculations and simulation experiment for two-channel CFR ($\mu_1=1$, $\mu_2=4$) and for three-channel CFR ($\mu_1=1$, $\mu_2=3$, $\mu_3=5$)

Для 2-х канальной СМО			
λ	И/А	P_0	P_3
2	И	0,362	0,182
	А	0,364	0,182
3	И	0,248	0,280
	А	0,250	0,281
5	И	0,136	0,432
	А	0,138	0,431
7	И	0,085	0,534
	А	0,087	0,532
9	И	0,058	0,606
	А	0,059	0,604
Для 3-х канальной СМО			
λ	И/А	P_0	P_7
2	И	0,493	0,021
	А	0,488	0,027
3	И	0,304	0,063
	А	0,337	0,068
5	И	0,171	0,173
	А	0,168	0,174
7	И	0,088	0,264
	А	0,092	0,277
9	И	0,055	0,356
	А	0,055	0,364

Также было проведено исследование в среде GPSS World. GPSS World – инструмент, который является классической системой дискретно-событийного моделирования и широко применяется для анализа СМО [11, 12].

В рамках исследования в GPSS World были реализованы модели двухканальной и трехканальной СМО с отказами и неоднородными каналами обслуживания [4]. Входной поток заявок задавался с использованием блока GENERATE, реализующего пуассоновский поток заявок. Время обслуживания моделировалось посредством экспоненциального распределения с помощью функции FUNCTION. Маршрутизация заявок между каналами осуществлялась с помощью блока TRANSFER. Захват ресурса реализовывался оператором SEIZE, освобождение — оператором RELEASE, а длительность обслуживания моделировалась блоком ADVANCE.

Для 2-х канальной СМО с интенсивностями обслуживания $\mu_1=1$, $\mu_2=4$ были проведены расчёты. Результаты сведены в таблицу 2.

Для случая, когда $\lambda=2$, листинг имитационной модели в GPSS имеет следующий вид:

```
XPO FUNCTION RN1, C24
GENERATE 500, FN$XPO;
TRANSFER BOTH,,Try_2
```

```

SEIZE 1
ADVANCE 250, FN$XPO;
RELEASE 1
TERMINATE 1
Try_2 TRANSFER BOTH,,Otkaz
SEIZE 2
ADVANCE 1000, FN$XPO;
RELEASE 2
TERMINATE 1
Otkaz TERMINATE 0
START 1000

```

Моделирование для других величин входного потока выполнялось по той же схеме с изменением лишь параметра генератора заявок.

Для 3-х канальной СМО с интенсивностями обслуживания $\mu_1=1$, $\mu_2=3$, $\mu_3=5$ использовался тот же принцип построения имитационной модели в GPSS, что и для 2-х канальной СМО. Результаты сведены в таблицу 3.

По результатам моделирования были получены показатели загрузки приборов и количество отказов, на основании которых вычислялись:

- вероятность отказа: $P_3 = \frac{N_{отк}}{N_{общ}}$, где $N_{отк}$ —

число отказов, $N_{общ}$ — общее число поступивших заявок.

- вероятность свободного состояния системы: $P_0=(1-UTIL1)(1-UTIL2)$

Результаты моделирования представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Результаты аналитических расчётов и имитационного эксперимента в GPSS World для двухканальной СМО ($\mu_1=1$, $\mu_2=4$) и для трехканальной СМО ($\mu_1=1$, $\mu_2=3$, $\mu_3=5$)

Table 2 – Results of analytical calculations and simulation experiment in GPSS World for two-channel CFR ($\mu_1=1$, $\mu_2=4$) and for three-channel CFR ($\mu_1=1$, $\mu_2=3$, $\mu_3=5$)

Для 2-х канальной СМО			
λ	И/А	P_0	P_3
2	И	0,399	0,188
	А	0,364	0,182
3	И	0,267	0,276
	А	0,250	0,281
5	И	0,132	0,429
	А	0,138	0,431
7	И	0,089	0,536
	А	0,087	0,532
9	И	0,058	0,589
	А	0,059	0,604
Для 3-х канальной СМО			
λ	И/А	P_0	P_7
2	И	0,489	0,022
	А	0,488	0,027
3	И	0,365	0,064
	А	0,337	0,068
5	И	0,162	0,175
	А	0,168	0,174
7	И	0,091	0,272
	А	0,092	0,277
9	И	0,044	0,375
	А	0,055	0,364

Абсолютная погрешность для 2-х канальной СМО в GPSS World составляет не более 0,035. Абсолютная погрешность в GPSS World для 3-х канальной СМО составляет не более 0,028.

Также было проведено моделирование в среде Engee, основанной на языке программирования Julia. Engee позволяет реализовать событийный механизм моделирования программным способом, что обеспечивает гибкость и точность вычислительного эксперимента.

В модели использовался механизм генерации пуассоновского входного потока на основе экспоненциально распределённых межприходных интервалов. Для моделирования обслуживания также применялось экспоненциальное распределение времени обслуживания.



Рис. 3 - Имитационная модель двухканальной СМО с отказами в Engee

Fig. 3 - Simulation model of a two-channel QMS with failures in Engee

Логика распределения заявок предусматривала направление заявки на любой свободный канал. При отсутствии свободных каналов фиксировался отказ.

Имитационная модель двухканальной СМО реализована в среде Engee 26.4.2-H2 [5, 6]. Структура модели включает следующие блоки: вход — источник заявок, разделение вызова функции (Function-Call Split) — разветвляет входной поток на два параллельных канала, запаздывание (Delay) — имитирует время обслуживания заявки в каждом канале, заглушка (Terminator) — фиксирует завершение обслуживания и выход заявки из системы [13].

Модель позволяет исследовать трехканальную систему с параллельной обработкой заявок. Параметры генерации и обслуживания задаются аналогично среде AnyLogic.

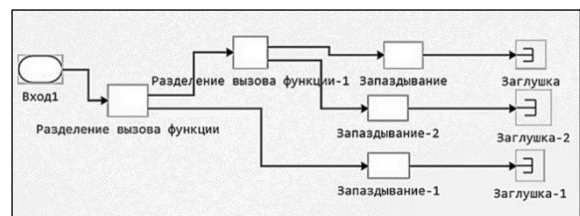


Рис. 4 - Имитационная модель трехканальной СМО с отказами в Engee

Fig. 4 - Simulation model of a three-channel QMS with failures in Engee

Результаты проведенных расчетов и моделирования представлены в таблице 3.

Таблица 3 – Результаты, полученные в среде Engee для двухканальной СМО ($\mu_1=1, \mu_2=4$) и трехканальной СМО ($\mu_1=1, \mu_2=3, \mu_3=5$)

Table 3 – Results obtained in the Engee environment for two-channel CFR ($\mu_1=1, \mu_2=4$) and three-channel CFR ($\mu_1=1, \mu_2=3, \mu_3=5$)

Для 2-х канальной СМО			
λ	И/А	P_0	P_3
2	И	0,364	0,183
	А	0,364	0,182
3	И	0,249	0,281
	А	0,250	0,281
5	И	0,138	0,431
	А	0,138	0,431
7	И	0,087	0,533
	А	0,087	0,532
9	И	0,059	0,603
	А	0,059	0,604
Для 3-х канальной СМО			
λ	И/А	P_0	P_7
2	И	0,492	0,024
	А	0,488	0,027
3	И	0,333	0,065
	А	0,337	0,068
5	И	0,165	0,171
	А	0,168	0,174
7	И	0,089	0,273
	А	0,092	0,277
9	И	0,053	0,360
	А	0,055	0,364

Абсолютная погрешность для 2-х канальной СМО в Engee составляет не более 0,001. Абсолютная погрешность в Engee для 3-х канальной СМО составляет не более 0,004.

Среда Engee демонстрирует результаты, сопоставимые с аналитическими решениями, и может быть рекомендована для моделирования СМО с каналами разной производительности различной сложности.

Выводы

1. Проведён сравнительный анализ результатов математического расчёта и имитационного моделирования для двух- и трёхканальных систем массового обслуживания с функционально неоднородными (неэквивалентными) обслуживающими каналами. Экспериментальные исследования выполнены при изменении интенсивности входного потока заявок и при изменении разных способов распределения заявок между обслуживающими устройствами.

2. Установлено, что результаты, полученные с использованием имитационного моделирования, реализованного в средах AnyLogic, GPSS World и Engee, демонстрируют высокую степень статистической согласованности с расчетами, основанными на системе уравнений Колмогорова. Для двухканальной системы максимальная величина абсолютной погрешности не превышает 0,033, тогда как для трёхканальной системы расхождения находятся в пределах доверительных границ, связанных с конечной длительностью имитационного эксперимента.

3. Наибольшие расхождения наблюдаются при интенсивности входного потока в диапазоне 2-4, что обусловлено случайным характером моделирования, конечным временем имитационного эксперимента и особенностями распределения заявок между каналами.

4. Показано, что использование имитационного моделирования является эффективным инструментом для оценки показателей функционирования СМО с неоднородными каналами. Полученные результаты подтверждают возможность применения сред AnyLogic, GPSS World и Engee для анализа и проектирования многоканальных систем обслуживания различной сложности.

Литература

1. Г.П. Климов, Теория массового обслуживания, 2-е изд., Издательство Московского университета, Москва, 2011, 312 с.
2. Ю.Г. Карпов, Имитационное моделирование систем. Введение в моделирование с AnyLogic, БХВ-Петербург, Санкт-Петербург, 2006, 400 с.
3. С.В. Гаевой, Перспективы развития информационных технологий, 11, 13-18 (2013).
4. Е.М. Кудрявцев, GPSS World. Основы имитационного моделирования различных систем, ДМК Пресс, Москва, 2004, 320 с.
5. Julia Documentation, The Julia Language: руководство по языку программирования Julia (2026).
6. Engee Documentation, руководство пользователя по среде моделирования Engee.
7. И.З. Самарханов, Вестник технологического университета, 25, 6, 101-106 (2022). DOI: 10.55421/1998-7072_2022_25_6_101.
8. Н.К. Нуриев, Е.А. Печеный, С.Д. Старыгина, Современные наукоемкие технологии, 1, 31-36 (2021).
9. Е.А. Печеный, И.З. Самарханов, Н.К. Нуриев, Современные наукоемкие технологии, 4, 83-88 (2022).
10. И.М. Якимов, А.П. Кирпичников, В.В. Мокшин, Вестник Казанского технологического университета, 17, 13, 352-357 (2014).
11. Б.П. Лебединский, Е.Э. Желекова, Вестник КГУ, 2(24), 66-69 (2012).
12. В.Д. Боев, Исследование адекватности GPSS World и AnyLogic при моделировании дискретно-событийных процессов, Военная академия связи, Санкт-Петербург, 2011.
13. О.В. Арипова, С.Н. Ценева, Engee: математические расчеты, Издательство БГТУ «Военмех» имени Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, 2025, 104 с. ISBN 978-5-00221-204-0.
14. Б.Я. Советов, С.А. Яковлев, Моделирование систем, 7-е изд., Юрайт, Москва, 2020, 343 с. ISBN 978-5-9916-7570-6.
15. В.В. Кузнецов, Системы массового обслуживания, Юрайт, Москва, 2024, 332 с. ISBN 978-5-534-55620-9.

References

1. G.P. Klimov, Theory of Mass Service, 2nd ed., Moscow University Press, Moscow, 2011, 312 p.
2. Yu.G. Karpov, Simulation Modeling of Systems. Introduction to Modeling with AnyLogic, BHV-Petersburg, Saint Petersburg, 2006, 400 p.
3. S.V. Gaevoy, Prospects for the Development of Information Technologies, 11, 13-18 (2013).
4. E.M. Kudryavtsev, GPSS World. Fundamentals of Simulation Modeling of Various Systems, DMC Press, Moscow, 2004, 320 p.

5. Julia Documentation, The Julia Language: Guide to the Julia Programming Language (2026).
6. Engage Documentation, User Guide to the Engage Modeling Environment.
7. I.Z. Samerkhanov, Bulletin of the Technological University, 25, 6, 101-106 (2022). DOI: 10.55421/1998-7072_2022_25_6_101.
8. N.K. Nuriev, E.A. Pecheny, S.D. Starygina, Modern High Technologies, 1, 31-36 (2021).
9. E.A. Pecheny, I.Z. Samerkhanov, N.K. Nuriev, Modern High Technologies, 4, 83-88 (2022).
10. I.M. Yakimov, A.P. Kirpichnikov, V.V. Mokshin, Bulletin of Kazan Technological University, 17, 13, 352-357 (2014).
11. B.P. Lebedinskiy, E.E. Zhelekova, Bulletin of KSU, 2(24), 66-69 (2012).
12. V.D. Boev, Study of the Adequacy of GPSS World and AnyLogic in Modeling Discrete-Event Processes, Military Academy of Communications, Saint Petersburg, 2011.
13. O.V. Aripova, S.N. Tseneva, Engage: Mathematical Calculations, Publishing House of BSTU "Voenmeh" named after D.F. Ustinov, Saint Petersburg, 2025, 104 p. ISBN 978-5-00221-204-0.
14. B.Ya. Sovetov, S.A. Yakovlev, System Modeling, 7th ed., Yurayt, Moscow, 2020, 343 p. ISBN 978-5-9916-7570-6.
15. V.V. Kuznetsov, Queueing Systems, Yurayt, Moscow, 2024, 332 p. ISBN 978-5-534-55620-9.

© **В. А. Лебедева** – студент кафедры «Информатики и прикладной математики» (ИПМ), Казанский национальный исследовательский технологический университет (КНИТУ), Казань, Россия, ler_leb@mail.ru; **У. А. Ильина** – студент кафедры ИПМ, КНИТУ, ulanailina2@gmail.com.

© **V. A. Lebedeva** – Student, Department of Informatics and Applied Mathematics (DIAM), Kazan National Research Technological University (KNRTU), Kazan, Russia, ler_leb@mail.ru; **U. A. Ilyina** – Student, DIAM, KNRTU, ulanailina2@gmail.com.

Дата поступления рукописи в редакцию – 01.06.26.

Дата принятия рукописи в печать – 20.06.26.